'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. Programme 3rd Semester Examination, 2023

DSC1/2/3-P3-MATHEMATICS

ALGEBRA

(REVISED SYLLABUS 2023)

Time Allotted: 2 Hours — Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions: — $3\times4 = 12$

যে-কোন ***চারটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै ***चारवटा*** प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) Show that 0 is an eigenvalue of a matrix A if and only if A is singular. — 3

প্রমাণ কর যে 0 , A ম্যাট্রিক্সের আইগেন মান হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি A ম্যাট্রিক্সটি স্বকীয় হয়।

मेट्रिक्स A को 0 एउटा eigenvalue भएमात्र A singular हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(b) Find the values of $(1+i)^{1/3}$. — 3

$(1+i)^{1/3}$ -এর মানগুলি নির্ণয় কর।

$(1+i)^{1/3}$ को मानहरू निर्णय गर।

(c) If $A=\begin{pmatrix}-4 & 3\\ -8 & 6\end{pmatrix}$, then using Cayley-Hamilton theorem, show that $A^{20}=2^{19}\cdot A$. — 3

ক্যালি-হ্যামিল্টন উপপাদ্য ব্যবহার করে দেখাও যে $A^{20}=2^{19}\cdot A$, যেখানে $A=\begin{pmatrix}-4 & 3\\ -8 & 6\end{pmatrix}$।

$A=\begin{pmatrix}-4 & 3\\ -8 & 6\end{pmatrix}$ भए, Cayley-Hamilton को उपपाद्य प्रयोग गरी प्रमाण गर : $A^{20}=2^{19}\cdot A$.

(d) Prove that the composition of two mappings is associative. — 3

প্রমাণ কর যে দুইটি অপেক্ষকের সন্ধি সর্বদা সহযোগী হয়।

दुईवटा map हरूको composition associative हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(e) Prove that 9 divides $3\cdot4^{n+1}-3$ for all positive integers n. — 3

প্রমাণ কর যে $3\cdot4^{n+1}-3$ রাশিটি সমস্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্য 9 দ্বারা বিভাজ্য।

सबै धनात्मक पूर्णसंख्या n को निम्ति 9 ले $3\cdot4^{n+1}-3$ लाई भाग गर्छ भनि प्रमाण गर।

(f) Give an example of a binary relation which is reflexive and symmetric but not transitive. — 3

একটি দ্বৈত সম্পর্কের উদাহরণ দাও যাহা reflexive এবং symmetric কিন্তু transitive নয়।

Reflexive अनि symmetric हुने तर transitive नहुने एउटा द्विक (binary) सम्बन्धको उदाहरण देऊ।

GROUP-B / বিভাগ-খ / समूह-ख

2. Answer any ***four*** questions: $6\times4 = 24$

যে-কোন ***চারটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै ***चारवटा*** प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) (i) Apply Descarte's rule of sign to determine the nature of the roots of the equation $x^4+16x^2+7x-10=0$. 3

ডেকার্টসের চিহ্নের সূত্র ব্যবহার করে নিম্নলিখিত সমীকরণের বীজগুলির প্রকৃতি নির্ণয় করঃ

$$x^4+16x^2+7x-10=0$$

Descarte को चिन्हहरूको नियम द्वारा समीकरण $x^4+16x^2+7x-10=0$ को मूलहरूको प्रकृति निर्णय गर।

(ii) Solve the equation $x^3-3x^2-6x+8=0$ if the roots are in A.P. 3

$x^3-3x^2-6x+8=0$ সমীকরণটি সমাধান কর যদি উহার বীজগুলি সমান্তর প্রগতিতে থাকে।

समीकरण $x^3-3x^2-6x+8=0$ को मूलहरू अंकगणितीय प्रगति (AP) मा रहेको छ भने मूलहरू निर्णय गर।

(b) (i) Solve by Cardan's method: $x^3-18x-35=0$. 4

কার্ডানের পদ্ধতি ব্যবহার করে $x^3-18x-35=0$ সমীকরণটি সমাধান কর।

Cardan को पद्धतिद्वारा समाधान गर : $x^3-18x-35=0$

(ii) State the Fundamental theorem of classical algebra. 2

শাস্ত্রীয় বীজগণিতের মৌলিক উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

Fundamental Theorem of Classical Algebra उल्लेख गर।

(c) Let a and b be two integers and m be a positive integer. Prove that if $a\equiv b \pmod m$ then $a^n\equiv b^n \pmod m$ for any positive integer n. Is the converse of this statement true? Justify your answer. 3+3

ধর a এবং b দুইটি পূর্ণসংখ্যা এবং m হল একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। প্রমাণ কর যদি $a\equiv b \pmod m$ হয় তাহলে যেকোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n এর জন্যে $a^n\equiv b^n \pmod m$ হবে। ইহার বিপরীত বিবৃতিটি কি সত্য ? যুক্তি সহকারে উত্তর দাও।

a अनि b पूर्णसंख्याहरू अनि m चाहिँ धनात्मक पूर्णसंख्या हुन्। $a\equiv b \pmod m$ भए धनात्मक पूर्णसंख्या n को निम्ति प्रमाण गर: $a^n\equiv b^n \pmod m$। यो कथनको उल्टा सही हुन्छ होला। विस्तार गर।

(d) Determine the conditions for which the following system of equations has 6

সেই শর্তগুলি নির্ণয় কর যাহার জন্য নিম্নের সমীকরণ সমূহের

(i) unique solution,
একটি নির্দিষ্ট সমাধান থাকবে

(ii) no solution and
কোন সমাধান থাকবে না এবং

(iii) many solutions.
অনেকগুলি সমাধান থাকবে।

$$\begin{aligned} x+4y+2z&=1\\ 2x+7y+5z&=2b\\ 4x+9y+10z&=2b+1 \end{aligned}$$

समीकरण समूह $\begin{aligned} x+4y+2z&=1\\ 2x+7y+5z&=2b\\ 4x+9y+10z&=2b+1 \end{aligned}$ को

कुन शर्तहरूको प्रभावमा

(i) एकमात्र समाधान हुन्छ

(ii) समाधान नै हुँदैन

(iii) एकभन्दा बड़ी समाधान हुन्छ।

(e) (i) Prove that $\sqrt{i}+\sqrt{-i}=\sqrt{2}$. 4
প্রমাণ কর $\sqrt{i}+\sqrt{-i}=\sqrt{2}$ ।
प्रमाण गर : $\sqrt{i}+\sqrt{-i}=\sqrt{2}$

(ii) Define a partial order relation and give an example of it. 2
আংশিক ক্রম সম্পর্কের সংজ্ঞা এবং একটি উদাহরণ দাও।
आंशिक क्रम सम्बन्ध (partial order relation) को परिभाषा साथै उदाहरण देऊ।

(f) (i) If a, b, c are positive real numbers, not all equal, then prove that 4
যদি a, b, c তিনটি ধনাত্মক বাস্তব রাশি হয় যাহারা সবাই সমান নহে, তাহলে প্রমাণ কর
a, b, c विभिन्न धनात्मक वास्तविक संख्याहरू भए प्रमाण गर :

$$(a+b+c)(bc+ca+ab)>9abc$$

(ii) State the Cauchy-Schwartz inequality. 2
'Cauchy-Schwartz' অসমীকরণটি বিবৃত কর।
Cauchy-Schwartz inequality उल्लेख गर।

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

3. Answer any ***two*** questions: 12×2 = 24
যে-কোন ***দুটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
कुनै ***दुईवटा*** प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) (i) Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix: 6
নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্সটির আইগেন মান এবং আইগেন ভেক্টরগুলি বাহির করঃ

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

मेट्रिक्स $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ को eigen मानहरू अनि eigen सदिशहरू निर्णय गर।

(ii) If $u+iv=\tan(x+iy)$, then show that $u^2+v^2+2u\cot 2x=1$. 6
যদি $u+iv=\tan(x+iy)$ হয়, তাহলে দেখাও যে $u^2+v^2+2u\cot 2x=1$.
$u+iv=\tan(x+iy)$ भए, प्रमाण गर : $u^2+v^2+2u\cot 2x=1$.

(b) (i) Find the rank of the matrix: 4
নিম্নলিখিত ম্যাট্রিক্সটির মাত্রা নির্ণয় করঃ

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 8 & 6 \\ 3 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 8 & 6 \\ 3 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ को rank निर्णय गर।

(ii) Let $f:A\to B$ and $g:B\to C$ be two mapping. If $g\circ f$ is bijective then prove that f is injective and g is surjective. 6

ধর $f: A \to B$ এবং $g: B \to C$ দুইটি অপেক্ষক। প্রমাণ কর যে যদি $g \circ f$ বাইজেক্টিভ হয় তাহলে f ইনজেক্টিভ হবে এবং g সারজেক্টিভ হবে।

$f: A \to B$ अनि $g: B \to C$ दुईवटा map हरू हुन् । यदि $g \circ f$ bijective भए f injective तथा g surjective हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(iii) Give an example of a surjective mapping which is not injective. 2

একটি সার্জেক্টিভ অপেক্ষকের উদাহরণ দাও যাহা ইনজেক্টিভ নহে।

Surjective हुने तर injective नहुने एउटा map को उदाहरण देऊ।

(c) (i) Prove by induction that 64 divides $9^n - 8n - 1$ for all non-negative integers *n*. 4

আরোহন পদ্ধতি ব্যবহার করে প্রমাণ কর $9^n - 8n - 1$ রাশিটি যেকোন অশূন্য পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্যে 64 দ্বারা বিভাজ্য।

सबै गैर नकारात्मक (non-negative) पूर्णसंख्या n को निम्ति 64 ले $9^n - 8n - 1$ लाई भाग गर्छ भनी प्रमाण गर।

(ii) Find the $\gcd(360, 125)$ and express it in the form $360s + 125t$, where s and t are integers. 4+4

গ.সা.গু. $(360, 125)$ নির্ণয় কর এবং ইহাকে $360s + 125t$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে s এবং t হল দুটি পূর্ণসংখ্যা।

$\gcd(360, 125)$ को मान निर्णय गर । s अनि t पूर्णसंख्याहरू निर्णय गर जहाँ $\gcd(360, 125) = 360s + 125t$ हुन्छ।

(d) (i) Let $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ and $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ 4+4

be two elements of S_7. Examine whether β and α^{-1} are even permutations.

ধর $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ এবং $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

S_7-এর দুইটি সদস্য। β এবং α^{-1} দুইটি যুগ্ম বিন্যাস কিনা পরীক্ষা কর।

S_7 का दुईवटा तत्वहरू $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 7 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ अनि $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ भए β अनि α^{-1} जोड़ी permutation हुन्छ कि हुँदैन जाँच गर।

(ii) Find the inverse of the following matrix using elementary row operations. 4

মৌলিক সারি ক্রিয়া ব্যবহার করে A^{-1} নির্ণয় কর, যেখানে,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

प्राथमिक पङ्क्ति सञ्चालनको सहायताले $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ को inverse निर्णय गर।

——×——

'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. Programme 3rd Semester Examination, 2023

DSC1/2/3-P3-MATHEMATICS

REAL ANALYSIS

(OLD SYLLABUS 2018)

Time Allotted: 2 Hours — Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions: 3×4 = 12

যে-কোন ***চারটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै ***चार*** प्रश्नका उत्तर देऊ।

(a) Prove that $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$. 3

প্রমাণ কর যে $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$।

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$ हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(b) Find $\limsup$ and $\liminf$ of $\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$. 3

$\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$-ক্রমটির $\limsup$ এবং $\liminf$ বের কর।

$\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}\right\}$ को $\limsup$ र $\liminf$ निकाल।

(c) Show that every convergent sequence is bounded. Give an example to show that converse of the above result is not always true. 3

দেখাও যে প্রত্যেকটি অভিসারী ক্রম সীমাবদ্ধ। একটি উদাহরণ সহযোগে দেখাও যে সীমাবদ্ধ ক্রম অভিসারী নাও হতে পারে।

प्रत्येक अभिकेन्द्रित अनुक्रम बाँधिएको (bounded) छ भनी प्रमाण गर। माथिको परिणयको उल्टो सँधै सत्य हुदैन भनी एउटा उदाहरण दिएर प्रमाण गर।

(d) Test the convergence of the series $\dfrac{1}{1\cdot 2^2}+\dfrac{1}{2\cdot 3^2}+\dfrac{1}{3\cdot 4^2}+\cdots\cdots$. 3

নিচের শ্রেণীটির অভিসারীতা বিচার কর

$$\frac{1}{1\cdot 2^2}+\frac{1}{2\cdot 3^2}+\frac{1}{3\cdot 4^2}+\cdots\cdots$$

श्रेणिक्रम $\dfrac{1}{1\cdot 2^2}+\dfrac{1}{2\cdot 3^2}+\dfrac{1}{3\cdot 4^2}+\cdots\cdots$ को अभिकेन्द्रनको जाँच गर।

(e) Prove that a finite set is always closed. 3

প্রমাণ কর যে একটি সসীম সেট সবসময় বদ্ধ।

एउटा सिमित सेट सँधै closed हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(f) Show that the set $S=\{-1-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}\cup\{-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}$ is not a closed set. 3

দেখাও যে $S=\{-1-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}\cup\{-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}$ সেটটি বদ্ধ নয়।

सेट $S=\{-1-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}\cup\{-\frac{1}{n}:\ n\in\mathbb{N}\}$ एउटा closed सेट होइन भनी प्रमाण गर।

GROUP-B / বিভাগ-খ / समूह-ख

2. Answer any ***four*** questions: 6×4 = 24

যে-কোন ***চারটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै ***चार*** प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) (i) Find the set of all limit points of the set $S=\left\{\frac{1}{2m}+\frac{1}{3n}:\ m,\ n\in\mathbb{N}\right\}$. 4+2

$S=\left\{\frac{1}{2m}+\frac{1}{3n}:\ m,\ n\in\mathbb{N}\right\}$ সেটটির সমস্ত limit point গুলো বের কর।

सेट $S=\left\{\frac{1}{2m}+\frac{1}{3n}:\ m,\ n\in\mathbb{N}\right\}$ को सबै limit बिन्दुहरूको सेट निर्णय गर।

(ii) Show that the set $\{x:\ 1<x<2\}$ is an open set.

দেখাও যে $\{x:\ 1<x<2\}$ সেটটি একটি open set.

सेट $\{x:\ 1<x<2\}$ एउटा open सेट हो भनी प्रमाण गर।

(b) (i) Use comparison test to prove that the series $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2}$ is convergent. 4+2

Comparison test ব্যবহার করে দেখাও যে $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2}$ শ্রেণীটি অভিসারী।

श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2}$ अभिकेन्द्रित छ भनी comparison परीक्षण द्वारा प्रमाण गर।

(ii) Investigate the convergence or divergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\alpha}{n^2}$, where $\alpha>0$.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\alpha}{n^2}$, $\alpha>0$ শ্রেণীটির অভিসারীতা বা অপসারীতা পরীক্ষা কর।

श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\alpha}{n^2}$, $\alpha>0$ को अभिकेन्द्र र divergence जाँच गर।

(c) Prove that the sequence $\{u_n\}$ defined by $u_1=\sqrt{7}$ and $u_{n+1}=\sqrt{7+u_n}$ for all $n\geq 1$ converges to the positive root of the equations $x^2-x-7=0$. 6

প্রমাণ কর যে $\{u_n\}$ ক্রমটি $x^2-x-7=0$ সমীকরণের ধনাত্মক বীজে অভিসারী, যেখানে $u_1=\sqrt{7}$ এবং $u_{n+1}=\sqrt{7+u_n}$, $n\geq 1$.

$u_1 = \sqrt{7}$ र $u_{n+1} = \sqrt{7+u_n}$ $\forall$ $n \geq 1$ ले परिभाषित अनुक्रम $\{u_n\}$ समीकरण $x^2 - x - 7 = 0$ को मूलमा अभिकेन्द्रित गर्छ भनी प्रमाण गर।

(d) Show that every bonded infinite subset of ℝ has at least one limit point in ℝ. 6

দেখাও যে ℝ-এর প্রত্যেকটি অসীম ও বদ্ধ উপসেটের কমপক্ষে একটি limit point ℝ-এ আছে।

ℝ को सबै bonded अनन्त उपसेट को कम से कम ℝ मा एउटा limit बिन्दु छ भनी प्रमाण गर।

(e) State and prove Leibnitz's test for alternating series. 6

Alternating শ্রেণীর জন্য Leibnitz's test বিবৃতিসহ প্রমাণ কর।

वैकल्पिक श्रेणीक्रमको लागी Leibnitz को परीक्षण उल्लेख अनि प्रमाण गर।

(f) State and prove nested interval theorem. 6

বিবৃতিসহ nested interval theorem প্রমাণ কর।

नेस्टेड अन्तरल उपपाद्य उल्लेख अनि प्रमाण गर।

GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

3. Answer any ***two*** questions: 12×2 = 24

যে-কোন ***দুটি*** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै **दुई** प्रश्नका उत्तर देऊ।

(a) (i) Prove that arbitrary intersection of closed sets is closed. Examine whether infinite union of closed sets is closed or not. 6+4+2

প্রমাণ কর যে বদ্ধ সেট সমূহের যদৃচ্ছ ছেদ বদ্ধ সেট হয়। এছাড়াও অসংখ্য বদ্ধ সেট সমূহের যদৃচ্ছ সংযোগ বদ্ধ সেট হবে কিনা পরীক্ষা কর।

Closed सेटहरूको स्वेच्छ प्रतिच्छेदन् closed हो भनी प्रमाण गर। Closed सेटहरूको असिमित संघ closed हो वा होइन जाँच गर।

(ii) Suppose E be a closed and F be a compact subsets of ℝ. Prove that $E \cap F$ is compact.

ধর, E এবং F, ℝ সেটের উপসেট যেখানে E হল closed এবং F হল compact সেট। প্রমাণ কর যে, $E \cap F$ compact সেট।

आफ्नौ ℝ को E एउटा closed र F एउटा compact उपसेट हो। $E \cap F$ compact हो भनी प्रमाण गर।

(iii) Give an example of an infinite set in ℝ which is neither an open set nor a closed set.

ℝ-এর একটি অসীম সেট-এর উদাহরণ দাও যেটি মুক্ত সেটও (open set) নয় বদ্ধ সেটও নয়।

ℝ मा भएको एउटा असिमित सेटको उदाहरण देऊ जो ना open ना closed सेट हो।

(b) (i) State and prove Bolzano-Weierstrass Theorem. 6+3+3

বিবৃতিসহ Bolzano-Weierstrass Theorem প্রমাণ কর।

Bolzano-Weierstrass उपपाद्य उल्लेख अनि प्रमाण गर।

(ii) Show that $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 3$, where $x_n = \dfrac{3n}{n+5\sqrt{n}}$.

দেখাও যে, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 3$, যেখানে $x_n = \dfrac{3n}{n+5\sqrt{n}}$.

$x_n = \dfrac{3n}{n+5\sqrt{n}}$ छ। प्रमाण गर $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 3$.

(iii) Test the convergence of the series $\sum x_n$, where $x_n = \sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1}$.

$\sum x_n$ শ্রেণীটির অভিসারীতা যাচাই কর, যেখানে $x_n = \sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1}$ ।

श्रेणीक्रम $\sum x_n$ जहाँ $x_n = \sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1}$ को अभिकेन्द्रन जाँच गर।

(c) (i) Prove that a Cauchy sequence of real numbers is convergent. 6+2+4

প্রমাণ কর যে একটি বাস্তব সংখ্যার Cauchy ক্রম অভিসারী হয়।

वास्तविक संख्याहरूको Cauchy अनुक्रम अभिकेन्द्रित छ भनी प्रमाण गर।

(ii) Prove that $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ is a Cauchy sequence.

প্রমাণ কর যে, $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ ক্রমটি Cauchy ।

$\left\{\frac{1}{n}\right\}$ एउटा Cauchy अनुक्रम हो भनी प्रमाण गर।

(iii) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}$ is convergent.

দেখাও যে $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}$ শ্রেণীটি অভিসারী।

श्रेणीक्रम $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}$ अभिकेन्द्रित छ भनी प्रमाण गर।

(d) (i) For a positive integer m, show that the two series $u_1+u_2+u_3+\cdots$ and $u_{m+1}+u_{m+2}+\cdots$ converge or diverge together. 4+2+6

যেকোন একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m হলে দেখাও যে দুটি শ্রেণী $u_1+u_2+u_3+\cdots$ এবং $u_{m+1}+u_{m+2}+\cdots$ একইসঙ্গে অভিসারী বা অপসারী হবে।

एउटा धनात्मक पूर्णांक m को लागी दुईवटा श्रेणीक्रम $u_1+u_2+u_3+\cdots$ र $u_{m+1}+u_{m+2}+\cdots$ एकै साथमा converge अथवा diverge गर्छ भनी प्रमाण गर।

(ii) Prove that the series $\sum\frac{n}{n+1}$ is divergent.

দেখাও যে $\sum\frac{n}{n+1}$ শ্রেণীটি অপসারী।

श्रेणीक्रम $\sum\frac{n}{n+1}$ divergent हो भनी प्रमाण गर।

(iii) Examine the convergence of the series $x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$, $x>0$.

নিম্নের শ্রেণীটির অভিসারীতা পরীক্ষা করঃ

$$x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots \quad , \quad x>0$$

श्रेणीक्रम $x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\cdots$, $x>0$ को अभिकेन्द्रन को जाँच गर।

——×——