



'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL B.Sc. Programme 3rd Semester Examination, 2023

SEC1-P1-MATHEMATICS (REVISED SYLLABUS 2023)

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

The question paper contains SEC1A and SEC1B. Candidates are required to answer any *one* from the *two* SEC1 and they should mention it clearly on the Answer Book.

SEC1A LOGIC AND SETS

GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any *four* questions: $3 \times 4 = 12$

ये-कोन चारटि प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर देउँ:

- (a) Justify whether the following propositions forms a tautology:

निम्नलिखित proposition गुणि tautology गठन करे किना याचाइ कराएँ

दिइएको प्रस्तावहरूको tautology हुन्छ कि भनी न्यायोचित गर :

- (i) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- (ii) $p \vee (q \rightarrow p)$

- (b) Show that $p \rightarrow q$ and $\neg p \vee q$ are logically equivalent.

देखाओ ये $p \rightarrow q$ एवं $\neg p \vee q$ योग्यिकभाबे समतुल्य (logically equivalent).

प्रमाण गर $p \rightarrow q$ अनि $\neg p \vee q$ तार्किक रूपमा बराबर छ ।

- (c) Let $P(X)$ denote the statement " $X > 3$ ". What are the truth values of $P(4)$ and $P(2)$?

धर " $X > 3$ " विवृतिटि $P(X)$ द्वारा सूचित हय। ताह्ले $P(4)$ एवं $P(2)$ -एर truth value गुणि कि कि ?

मानौ $P(X)$ ले कथन ' $X > 3$ ' लाई बोध गर्छ $P(4)$ अनि $P(2)$ को truth value हो के के हो ?

- (d) If $X = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$ and $Y = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$ then X and Y have same cardinality. — Justify it.

यदि $X = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$ एवं $Y = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$ हय, ताह्ले X एवं Y उभयोर cardinality समान। उक्त विवृतिटि याचाइ कर।

यदि $X = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$ अनि $Y = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$ भए X अनि Y को cardinality समान हुन्छ – न्यायोचित गर।

- (e) Prove that if α is an ordinal then $\alpha \cup \{\alpha\}$ is an ordinal.

यदि α एक ओर्डिनल है ताहले प्रमाण कर $\alpha \cup \{\alpha\}$ एक ओर्डिनल हो।

यदि α एउटा ओर्डिनल भए $\alpha \cup \{\alpha\}$ पनि एउटा ओर्डिनल हो भनी प्रमाण गर।

- (f) State well-ordering principle of a non empty set and cite an example of a well ordered set. 3

कोन एक अशुन्य सेटेर well-ordering नीति विवृत कर एवं एक ओर्डिनल सेटेर उदाहरण दाओ।

Non empty सेटको well-ordering सिद्धान्त उल्लेख गर अनि well-ordered सेटको एउटा उदाहरण पनि देऊ।

GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख

2. Answer any **four** questions: $6 \times 4 = 24$

ये-कोन चार ओर्डिनल होः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :

- (a) Prove that for any two finite sets A and B , $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

A एवं B दुवि समीम सेट हले प्रमाण कर $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

कुनै दुई सिमित सेटहरू A अनि B को निम्ती $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ हुन्छ भनी प्रमाण देऊ।

- (b) Let α , β and γ be ordinals. Prove that $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$.

धर α , β एवं γ तिनिहि ordinal। प्रमाण कर $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$ ।

मानौ α , β अनि γ ordinal हरू भए, प्रमाण गर $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$ ।

- (c) Let $P(X)$ be “ $X^2 \geq 0$ ”. What are the truth table of $\exists X P(X)$ and $\forall X P(X)$?

Consider the following cases: X belongs to

(i) the set of real numbers.

(ii) the set of positive integers not exceeding 4.

(iii) the set of real numbers in the interval $(0, \sqrt{9.8})$.

धर $P(X)$ हल “ $X^2 \geq 0$ ”, ताहले $\exists X P(X)$ एवं $\forall X P(X)$ -एर truth table गुलि कि कि ?

निम्नलिखित विषयाङ्गलि बिबेचना करौः X

(i) वास्तव संख्यार सेटे आছे।

(ii) 4-एर चेये बड़ नय एमन धनात्मक पूर्णसंख्यार सेटे आछे।

(iii) $(0, \sqrt{9.8})$ विस्तारेर सकल वास्तव संख्यार सेटे आछे।

मानौ $P(X)$ ‘ $X^2 \geq 0$ ’ हो। $\exists X P(X)$ अनि $\forall X P(X)$ को truth table के के हो। निम्न case हरू लाई विचार गर: X belong गर्छ

(i) वास्तविक संख्याहरूको सेटमा।

(ii) 4 भन्दा बढी नभएको धनात्मक पूर्णांकहरूको सेटमा।

(iii) अन्तराल $(0, \sqrt{9.8})$ मा भएको वास्तविक संख्याहरूको सेटमा।

- (d) Let $S = \mathbb{Z}^+$. Define a relation \geq on S by “ $a \geq b$ iff $b \leq a$ ” for all $a, b \in S$. Show that ‘ \geq ’ is a partial order relation.

धर $S = \mathbb{Z}^+$ । सकल $a, b \in S$ एर जन्य S एर उपर \geq एक अस्पर्क येखाने “ $a \geq b$ ” यदि एवं केवलमात्र यदि $b \leq a$ ” द्वारा संज्ञायित आछे। देखाओ ये ‘ \geq ’ एक अस्पर्क (आंशिक क्रम अस्पर्क) partial order relation।

मानौ $S = \mathbb{Z}^+$ । सम्बन्ध \geq जहाँ $\forall a, b \in S$ “ $a \geq b$ यदि अनि यदि मात्र $b \leq a$ ” S मा परिभाषित छ। प्रमाण गर ‘ \geq ’ एउटा partial order सम्बन्ध हो।

- (e) Draw the truth table of $(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$.

6

$(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$ -एर truth table टि अक्षन कर।

$(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$ को truth table बनाउ।

- (f) Show the equivalence of the following:

6

$$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c] \text{ and } [a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$$

निम्नलिखित विवृतिर समतुल्य (equivalence) रूपांतरण उल्लेख कराः

$$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c] \text{ एवं } [a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$$

निम्नको समानता देखाउ –

$$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c] \text{ अनि } [a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$$

GROUP-C / विभाग-ग / समूह-ग

3. Answer any **two** questions:

12×2 = 24

ये-कोन दृष्टि प्रश्नेर उन्नर दाओः

कुनै दुई प्रश्नहरूको उत्तर देउ।

- (a) (i) State and prove Zorn's lemma.

6

Zorn's lemma टि विवृतिसह प्रमाण कर।

Zorn को lemma उल्लेख अनि प्रमाण गर।

- (ii) Without using a truth table, verify $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge p \rightarrow r$

6

Truth table छाडा याचाई कराः $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge p \rightarrow r$

Truth table को प्रयोग नगरी प्रमाणित गर – $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge p \rightarrow r$

- (b) Show that the premises “A student in this class has not read the book” and “Everyone in this class passed the first exam” imply the conclusion “someone who passed the exam has not read the book”. Do each step with proper reason.

12

प्रमाण कर “A student in this class has not read the book” एवं “Everyone in this class passed the first exam” उदाहरणगुलि “someone who passed the exam has not read the book” को फलाफल हिसेबे सूचित करो। प्रतिटि धापेर उपयुक्त कारणगुलि लेख।

Premises “यो कक्षमा एकजना छात्रले किताब पढेको छैन” अनि “यो कक्षमा प्रत्येक छात्रले पहिलो परिक्षामा उत्तीर्ण गरे” को निष्कर्ष “परिक्षामा उत्तीर्ण भएकाले किताब पढेका छैनन्” बुझाउँछ भनी प्रमाण गर। उचित कारणको साथ प्रत्येक step गर।

- (c) (i) Translate the following statement into English:

6

$$\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$$

where $C(X)$ is “ X has computer”, $F(X, Y)$ is “ X and Y are friends” and the domain for both X and Y , consists of all students in your school.

निम्नलिखित विवृतिको इंग्राजिते अनुवाद कराः

$$\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$$

येखाने $C(X)$ हल “ X has computer” एवं $F(X, Y)$ हल “ X and Y are friends” एवं X ओ Y एर संज्ञायित अध्यलेखि (domain) विद्यालयेर सकल छात्राछात्री द्वारा गर्निए।

निम्न कथनलाई अंग्रेजीमा अनुवाद गर : $\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$, जहाँ $C(X)$ हो “ X को मा computer छ”, $F(X, Y)$ हो “ X अनि Y साथीहरू हो” अनि दुवै X अनि Y को लागि डोमेनमा तिम्रो विद्यालयका सबै विद्यार्थीहरू हुन्।

- (ii) If A is a set and $P(A)$ its power set, then prove that $|A| \leq |P(A)|$. 6

यदि A एक टिकेट सेट एवं $P(A)$ इहार power सेट ह्य तब देखो ये $|A| \leq |P(A)|$

यदि A एउटा सेट अनि $P(A)$ यसको पावर सेट भए, $|A| \leq |P(A)|$ हुन्छ भनी प्रमाण गर।

- (d) (i) Using the principle of mathematical induction show that $(2n+1) < 2^n$ for all $n \geq 3$. 6

Mathematical induction नीति ब्यबहार करे प्रमाण करः

$$(2n+1) < 2^n \text{ सकल } n \geq 3 \text{ एर जन्य}$$

गणितीय प्रेरणको (mathematical induction) सिद्धान्त प्रयोग गरेर $(2n+1) < 2^n, n \geq 3$ प्रमाण गर।

- (ii) If A_1, A_2, \dots, A_n are non empty sets then construct n non-empty sets 6

$$B_1, B_2, \dots, B_n \text{ such that } B_i \cap B_j = \emptyset \text{ and } \bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i.$$

यदि $A_1, A_2, \dots, A_n ; n$ संख्यक अशून्य सेट ह्ये n संख्यक अशून्य सेट B_1, B_2, \dots, B_n

$$\text{तैरी कर याते } B_i \cap B_j = \emptyset \text{ एवं } \bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i$$

यदि A_1, A_2, \dots, A_n गैर खाली सेट हो भने, n गैर खाली सेट B_1, B_2, \dots, B_n बनाउ

$$\text{जहाँ } B_i \cap B_j = \emptyset \text{ अनि } \bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i \text{ हुन्छ।}$$

SEC1B

GRAPH THEORY

GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions:

$3 \times 4 = 12$

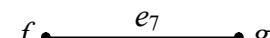
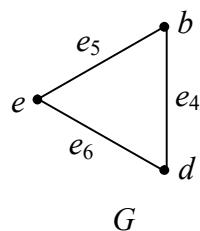
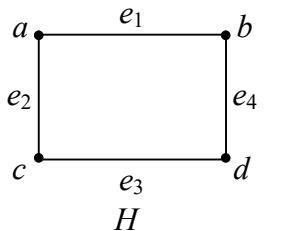
ये-कोन चारटि प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नका उत्तर देउ।

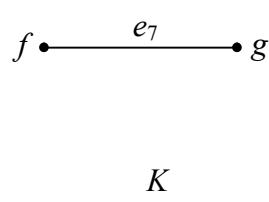
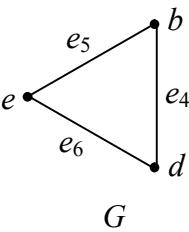
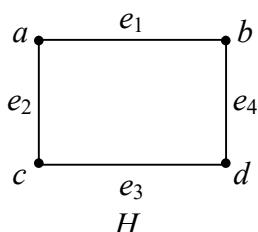
- (a) Find $G \cup H$, $G \cap H$ and $G \times K$, where

$G \cup H$, $G \cap H$ एवं $G \times K$ एर मान निर्णय कर, येथाने

दिइएकोमा



$G \cup H$, $G \cap H$ र $G \times K$ निर्णय गर।



(b) Does there exist a 4-regular graph on 6 vertices? If so, construct the graph.

6 शीर्षविन्दु विशिष्ट कोन 4-regular ग्राफ कि बर्तमान ? यदि थाके ताहले उक्त ग्राफटिकै तैरि कर।

6 शीर्षहरू भएको एउटा 4-नियमित ग्राफ अवस्थित छ ? यदि छ भने, ग्राफ बनाउ।

(c) Give an example of a graph that have neither an Eulerian cycle nor a Hamiltonian cycle. Justify your answer.

एकटि ग्राफेर उदाहरण दाओ यार मध्ये Eulerian cycle अथवा Hamiltonian cycle कोनटिह थाक्बेना। उत्तरेर सत्यता याचाइ कर।

न त Eulerian चक्र न Hamiltonian चक्र भएको एउटा ग्राफको उदाहरण देऊ। उत्तरलाई न्यायोचित गर।

(d) Find the adjacency matrix of a complete bipartite graph $K_{3,3}$.

एकटि complete bipartite ग्राफ $K_{3,3}$ एर adjacency matrix टि निर्णय कर।

एउटा पूर्ण bipartite ग्राफ $K_{3,3}$ को adjacency म्याट्रिक्स निकाल।

(e) Prove that every tree is a bipartite graph.

अमाग कर अतिटि tree एकटि bipartite graph.

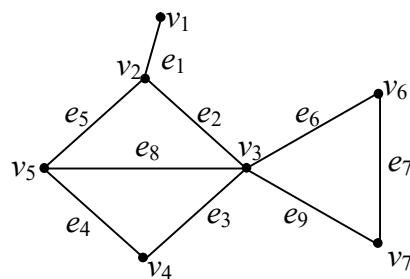
प्रत्येक tree bipartite ग्राफ हो भनी प्रमाण गर।

(f) Define walk in a graph. Find (i) a walk of length 8 from v_1 to v_6 (ii) a path of length 4 from v_1 to v_6 in the following graph:

कोन एकटि ग्राफे walk बलते कि बोँब ? निम्नलिखित ग्राफ हइते निर्णय करः (i) v_1 थेके v_6 पर्यन्त 8 दैर्घ्येर walk. (ii) v_1 थेके v_6 पर्यन्त 4 दैर्घ्येर अपर एकटि walk.

ग्राफमा walk को परिभाषा देऊ। निर्णय गर — (i) v_1 देखि v_6 सम्म लम्बाई 8 भएको एउटा walk।

(ii) v_1 देखि v_6 सम्म लम्बाई 4 भएको एउटा path दिइएको ग्राफबाट



GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख

2. Answer any ***four*** questions:

$6 \times 4 = 24$

ये-कोनो चाराटि प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नका उत्तर देऊ।

(a) Prove that a graph is bipartite if and only if it has no odd cycles.

6

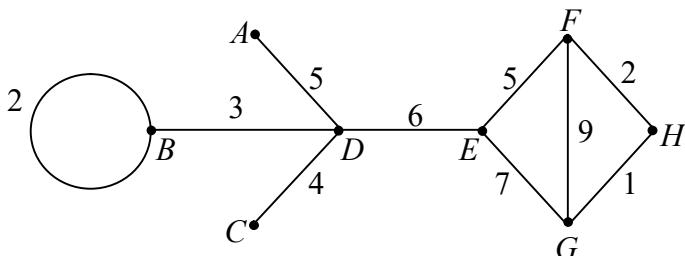
अमाग कर एकटि ग्राफ bipartite हबे यदि एवं केबलमात्र यदि उक्त ग्राफे कोन विजोड़ cycle नेह।

एउटा ग्राफ bipartite हुन्छ यदि अनि यदि मात्र यसको विजोड़ी चक्र हुदैन भनी प्रमाण गर।

- (b) Find all the spanning trees of the connected graph and hence calculate the minimal spanning tree: 6

निम्नलिखित संयुक्त (connected) ग्राफे में spanning tree गुणि निर्णय कर एवं इहा हीते सबचेये छोट (minimal) spanning tree टि खुँजे बेर करः

जोड़िएको ग्राफको सबै spanning tree खोज अनि न्यूनतम् spanning tree निर्णय गर।



- (c) Show that every vertex in an Eulerian graph is of even degree. 6

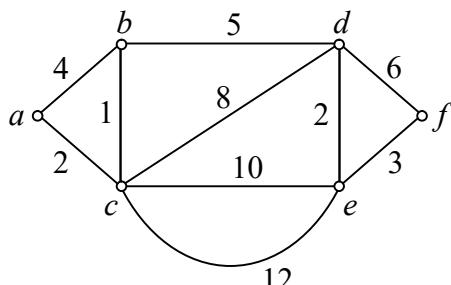
देखाओ ये कोन एकटि Eulerian ग्राफे प्रतिटि शीर्षबिन्दु डिग्री जोड़ हय।

एउटा Eulerian ग्राफको प्रत्येक शीर्ष को डिग्री जोडी हुन्छ भनी प्रमाण गर।

- (d) Using Dijkstra's algorithm, find the length of the shortest path of the following graph from the vertex a to f : 6

Dijkstra's algorithm ब्यबहार करे निम्नलिखित ग्राफटिते a थेके f पर्यन्त सबचेये छोट संयुक्त पथ (shortest path) टि खुँजे बेर करः

शीर्ष a देखि f सम्मको सबैभन्दा छोटो path दिइएको ग्राफबाट Dijkstra को एलगोरिथ्म बाट निकाल।



- (e) Show that a simple graph G of order $n \geq 3$ and size m will be Hamiltonian if $m \geq \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 2$. Also prove by an example that converse may not be true. 6

$n \geq 3$ क्रम एवं m आकार (size) विशिष्ट कोन एकटि साधारण ग्राफ Hamiltonian हबे यदि

$$m \geq \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 2$$

एचाडाओ, एकटि उदाहरणेर साहाय्ये प्रमाण कर इहार विपरीति सत्य नाओ हते पारे।

Order $n \geq 3$ र size m भएको एउटा साधारण ग्राफ Hamiltonian हो यदि

$m \geq \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 2$ हुन्छ भनी प्रमाण गर। एउटा उदाहरण दिएर यस्को उल्टो सत्य नहुन पनि

स्कृच भनी प्रमाण गर।

- (f) Find a graph whose adjacency matrix is 6

निम्नलिखित adjacency म्याट्रिक्सिकै सूचित करे एमन ग्राफटि निर्णय करः

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Adjacency म्याट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ भएको एउटा ग्राफ निर्णय गर।

GROUP-C / विभाग-ग / समूह-ग

Answer any two questions

$12 \times 2 = 24$

ये-कोनो दृष्टि प्रश्नेर उत्तर दाओ

कुनै दुई प्रश्नका उत्तर देऊ

3. (a) Prove that every $u-v$ walk contains a $u-v$ path. 6

प्रमाण कर थाएक $u-v$ walk ए सर्वदा $u-v$ path थाक्बे।

प्रत्येक $u-v$ walk ले $u-v$ path समावेश गर्छ भनी प्रमाण गर।

- (b) Prove that the complete graph k_n can be expressed as the union of k -bipartite graph if and only if $n \leq 2^k$. 6

प्रमाण कर एकटि सम्पूर्ण (complete) graph के k -bipartite थाफेर मिलन (union) हिसेबे प्रकाश करा याबै यदि एवं केबलमात्र यदि $n \leq 2^k$.

एउटा पूर्ण ग्राफ k_n लाई k -bipartite ग्राफ को संघमा व्यक्त गर्न सक्छ यदि अनि यदि मात्र $n \leq 2^k$ भनी प्रमाण गर।

4. (a) Draw a graph whose incidence matrix is given by 6

$$\begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ a & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ d & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ a & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ d & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

एकटि ग्राफ अक्षन कर यार incidence matrix टि द्वारा

$$\begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ a & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ d & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

भएको एउटा ग्राफ बनाउ।

- (b) Prove that every connected graph has at least one spanning tree. 6

प्रमाण कर थाएक संयुक्त थाफे सर्वदा कमपक्षे एकटि spanning tree थाक्बे।

प्रत्येक जोडिएको ग्राफको कम से कम एउटा spanning tree हुन्छ भनी प्रमाण गर।

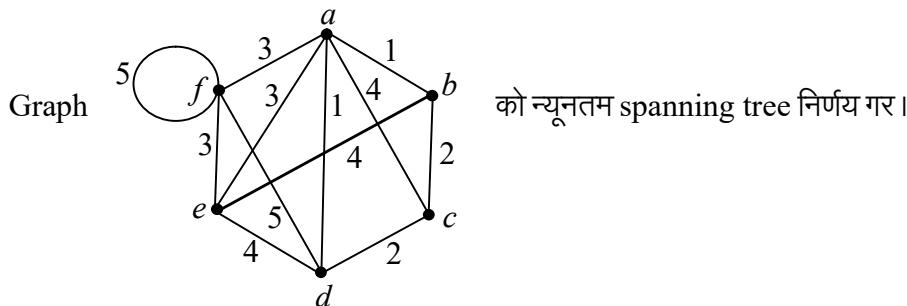
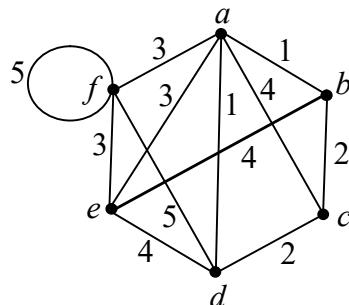
5. (a) Prove that every connected graph G remains connected after deleting an edge e from G iff e is a cycle-edge in G . 6

प्रमाण कर कोन एकटि संयुक्त ग्राफ G थेके एकटि वाल्ह e बाद दिले ग्राफले संयुक्त थाकबे यदि एवं केबलमात्र यदि e , G ते एकटि cycle-edge हय।

प्रत्येक जोड़िएको ग्राफ G को एउटा किनारा मेटाउँदा जोड़िएको नै हुन्छ यदि अनि यदि मात्र G मा e एउटा चक्र किनारा हो भनी प्रमाण गर।

- (b) Obtain minimal spanning tree of the graph: 6

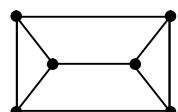
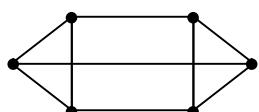
निम्नलिखित ग्राफेर सबचेये छोट (minimal) spanning tree टि खुँजे बेर करः



6. (a) Define isomorphism of graphs. Prove that the following graphs are isomorphic. 2+4

ग्राफे isomorphism के संज्ञायित कर। प्रमाण कर निम्नलिखित ग्राफले isomorphic हबे।

ग्राफको isomorphism को परिभाषा देउ। दिइएको ग्राफ isomorphic छ भनी प्रमाण गर।



- (b) Show that every simple k -regular graph with $2k - 1$ vertices is Hamiltonian. 6

देखाओ ये $(2k - 1)$ संख्यक शीर्षबिन्दु विशिष्ट प्रत्येक साधारण (simple) k -regular ग्राफ सर्वदा Hamiltonian हय।

प्रत्येक साधारण नियमित ग्राफ, $2k - 1$ शीर्षहरू भएको एउटा Hamiltonian हो भनी प्रमाण गर।

—————x—————



‘সমাজো মন্ত্র: সমিতি: সমানী’

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. Programme 3rd Semester Examination, 2023

SEC1-P1-MATHEMATICS
(OLD SYLLABUS 2018)

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

**The question paper contains SEC2A and SEC2B.
The candidates are required to answer any *one* from *two* papers.
Candidates should mention it clearly on the Answer Book.**

SEC1A
LOGIC AND SETS
GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer any *four* questions: $3 \times 4 = 12$

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
কুন্তে চার প্রশ্নকা উত্তর দেও়:

(a) Justify whether the following propositions forms a tautology: 3
যাচাই কর যে নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি দ্বিরুপ্তি (tautology) গঠন করেঃ
দিইएকो প্রস্তা঵ লে tautology বিনিষ্ঠ কি বনিন্দৈন ন্যায়োচিত গর :
(i) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
(ii) $p \vee (q \rightarrow p)$

(b) Show that $p \rightarrow q$ and $\neg p \vee q$ are logically equivalent. 3
দেখাও যে $p \rightarrow q$ এবং $\neg p \vee q$ মৌলিকভাবে সমতুল্য (logically equivalent).
 $p \rightarrow q$ অনি $\neg p \vee q$ তার্কিক রূপমা বরাবর ছ ভন্নী প্রমাণ গর।

(c) Let $P(X)$ denote the statement “ $X > 3$ ”. What are the truth values of $P(4)$ and $P(2)$? 3
ধৰ $P(X)$ একটি বিবৃতি “ $X > 3$ ” কে চিহ্নিত করে। তবে $P(4)$ এবং $P(2)$ -এর সঠিক মান কত হবে ?
মানৌ $P(X)$ লে কথন “ $X > 3$ ” লাঈ বোধ গৰ্ছ। $P(4)$ র $P(2)$ কো truth মানহৰু কে হুন্ছ ?

(d) A, B, C are the subsets of a universal set S . Prove that 3
$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$$

 A, B, C যদি একটি সার্বজনীন সেট S এর উপসেট হয় তবে প্রমাণ কর যে
$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$$

 A, B, C বিশ্বব্যাপী সেট S কো উপসেট হো। প্রমাণ গর $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ ।

- (e) Using Venn diagram show that $(A \cup C)' = A' \cap C'$. 3

Venn চিত্রের সাহায্যে প্রমাণ কর $(A \cup C)' = A' \cap C'$.

Venn রেখাচিত্র দ্বারা প্রমাণ গর $(A \cup C)' = A' \cap C'$ ।

- (f) Show that the inverse of an equivalence relation is an equivalence relation. 3

দেখাও যে একটি সমতুল্য সম্বন্ধের বিপরীত (inverse) সমতুল্য সম্বন্ধই হয়।

Equivalence সম্বন্ধকो উল্টো equivalence সম্বন্ধ লৈ হুন্ত ভনী প্রমাণ গর।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any ***four*** questions: $6 \times 4 = 24$

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উভর দাওঃ

কুনৈ চার প্রশ্নকা উত্তর দেও :

- (a) Prove that $A\Delta(B\Delta C) = (A\Delta B)\Delta C$ for any sets A, B and C . 6

যে-কোন তিনটি সেট A, B, C -এর জন্য দেখাও যে $A\Delta(B\Delta C) = (A\Delta B)\Delta C$.

কুনৈ পনি সেট A, B এ C কো লাগী $A\Delta(B\Delta C) = (A\Delta B)\Delta C$ হুন্ত ভনী প্রমাণ গর।

- (b) Examine if the relation ρ on the set S is (i) reflexive (ii) symmetric (iii) transitive when $S = \mathbb{Z}$ (set of all integers) and ρ is defined on \mathbb{Z} by “ $a\rho b$ iff $a - b < 3$ ” for $a, b \in \mathbb{Z}$. 2+2+2

ধৰ একটি সেট $S = \mathbb{Z}$ এর ওপৰ একটি সম্বন্ধ ρ সংজ্ঞায়িত আছেঃ “ $a\rho b$ যদি এবং কেবলমাত্র যদি $a - b < 3$ ”, $a, b \in \mathbb{Z}$ এর জন্য। যাচাই কর যে ρ একটি আন্তবাচক (reflexive), প্রতিসম (symmetric) না সকর্মক (transitive) সম্বন্ধ হবে।

সেট S মা সম্বন্ধ ρ (i) reflexive (ii) symmetric (iii) transitive ছ ভনী জাঁচ গর। জহাঁ $S = \mathbb{Z}$ (পূর্ণাঙ্ক হস্ত কী সেট) অনি ρ , \mathbb{Z} মা পরিভাষিত সম্বন্ধ “ $a\rho b$ যদি অনি যদি মাত্র $a - b < 3 \forall a, b \in \mathbb{Z}$ ” হো।

- (c) Let $P(X)$ be “ $X^2 \geq 0$ ”. What are the truth table of $\exists X P(X)$ and $\forall X P(X)$? 2+2+2

Consider the following cases: X belongs to

(i) the set of real numbers.

(ii) the set of positive integers not exceeding 4.

(iii) the set of real numbers in the interval $(0, \sqrt{9.8})$.

ধৰ $P(X)$ “ $X^2 \geq 0$ ” কে চিহ্নিত করে। $\exists X P(X)$ এবং $\forall X P(X)$ -এর সঠিক তালিকা তৈরী কর। যখন

(i) X একটি বাস্তব সংখ্যার সেট-এর অন্তর্গত।

(ii) X একটি পূর্ণ সংখ্যার সেটের অন্তর্গত যে পূর্ণ সংখ্যাগুলি 4-এর অধিক।

(iii) X একটি বাস্তব সংখ্যার অন্তর $(0, \sqrt{9.8})$ -এর অন্তর্গত।

মানৌ $P(X)$ “ $X^2 \geq 0$ ” হো। $\exists X P(X)$ র $\forall X P(X)$ কো truth তালিকা কে কে হো ? নিম্ন দিইএকো case লাই বিচার গর :

(i) X বাস্তবিক সংখ্যাহস্তকো সেটমা পর্ণ।

(ii) $X, 4$ মন্দা বৰ্ডী নহুনে ধনাত্মক পূর্ণাঙ্কহস্তকো সেট মা পর্ণ।

(iii) $X, অন্তরল (0, \sqrt{9.8})$ মা পর্ণ বাস্তবিক সংখ্যাহস্তকো সেট মা পর্ণ।

- (d) Let $R = \{(a, y), (b, x), (c, z), (d, x)\}$ and $L = \{(x, q), (x, r), (y, s), (z, p)\}$ be two relations from A into B and B into C respectively, where $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x, y, z\}$, $C = \{p, q, r, s\}$. Find $L \circ R$ and R^{-1} .

5+1

ধৰ $R = \{(a, y), (b, x), (c, z), (d, x)\}$ এবং $L = \{(x, q), (x, r), (y, s), (z, p)\}$ দুটি যথাক্রমে A হতে B এবং B হতে C তে সম্বন্ধ, যেখানে $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x, y, z\}$, $C = \{p, q, r, s\}$, তাহলে $L \circ R$ এবং R^{-1} এর মান বের কর।

মানৌ $R = \{(a, y), (b, x), (c, z), (d, x)\}$ অনি $L = \{(x, q), (x, r), (y, s), (z, p)\}$ ক্রমে সংগলে A দেখি B অনি B দেখি C কো দুই সম্বন্ধহীন হো, জহাঁ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x, y, z\}$, $C = \{p, q, r, s\}$ । $L \circ R$ অনি R^{-1} নির্ণয় গৰ।

- (e) Draw the truth table of $(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$.

6

$(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$ -এর truth table টি অঙ্কন কর।

$(p \wedge r \wedge t) \leftrightarrow (q \wedge t)$ কো truth তালিকা বনাও।

- (f) Show equivalence of the following

6

$$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c] \text{ and } [a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$$

$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c]$ এবং $[a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$ দুটি বিবৃতি যে সমতুল্য তা প্রমাণ কর।

তল দিইএকোলাঈ সমানতা প্রমাণ গৰ।

$$[d \rightarrow (\neg a \wedge b) \wedge c] \text{ র } [a \vee (\neg(b \wedge c) \wedge d)]$$

GROUP-C / বিভাগ-গী / সমূহ-গ

3. Answer any **two** questions:

 $12 \times 2 = 24$

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কুনৈ দুই প্রশ্নকা উত্তর দেও :

- (a) (i) Let ρ be a relation on \mathbb{C} defined by “ $(a + ib)\rho(c + id)$ iff $a \leq c$ and $b \leq d$ ” for all $(a + ib), (c + id) \in \mathbb{C}$. Show that ρ is reflexive, antisymmetric and transitive.

6

ধৰ \mathbb{C} এর উপর ρ একটি সম্পর্ক নিষ্কান্তসারে সংজ্ঞায়িত আছেঃ

“ $(a + ib)\rho(c + id)$ যদি এবং কেবল যদি $a \leq c$ এবং $b \leq d$ ” সকল $(a + ib), (c + id) \in \mathbb{C}$ এর জন্য দেখাও যে ρ একটি প্রতিসম (reflexive), অপ্রতিসম (antisymmetric) এবং সকর্মক (transitive)।

মানৌ ρ, \mathbb{C} মা এটা সম্বন্ধ হো জসলাঈ পরিভাষিত গরিএকো ছ,

$(a + ib)\rho(c + id)$ যদি অনি যদি মান $a \leq c$ র $b \leq d$ $\forall (a + ib), (c + id) \in \mathbb{C}$ । প্রমাণ গৰ ρ reflexive, antisymmetric অনি transitive হো ভনেৱ।

- (ii) Without using a truth table, verify $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$.

6

সঠিক সারণী (Truth table)-এর সাহায্য না নিয়ে যাচাই কৰঃ $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$

Truth তালিকা প্রযোগ নগৰী $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$ লাঈ ন্যায়োচিত গৰ।

- (b) Show that the premises “A student in this class has not read the book” and “Everyone in this class passed the first exam” imply the conclusion “someone who passed the exam has not read the book”. Do each step with proper reason.

देखाओ ये निम्नलिखित विवृतिगुलि

“A student in this class has not read the book” एवं “Everyone in this class passed the first exam” एই सिद्धान्त उपनीत करते साहाय करे “someone who passed the exam has not read the book”.

अतिटि थाप कारणसह बाख्या कर।

कथन “यस श्रेणी को एउटा विद्यार्थीले किताब पढेको छैन” र “यस श्रेणी को प्रत्येकले पहिलो परिक्षामा उत्तीर्ण भएको छ” ले निष्कर्ष “परिक्षामा उत्तीर्ण भएकाले किताब पढेका छैनन” बुझाउँछ भनी प्रमाण गर। उचित कारणको साथ प्रत्येक step हस्त गर्नुहोस्।

- (c) (i) Translate the following statement into English:

6

$$\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$$

where $C(X)$ is “ X has computer”, $F(X, Y)$ is “ X and Y are friends” and the domain for both X and Y , consists of all students in your school.

निम्नलिखित विवृतिगुलिके इंग्रजिते अनुवाद करः

$$\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$$

मेखाने $C(X)$ हल “ X has computer”, $F(X, Y)$ हल “ X and Y are friends”, X, Y एर domain टि स्कूलेर मानक छात्र द्वारा गठित।

तल दिइएको कथनलाई अंग्रेजीमा अनुवाद गर :

$\forall X(C(X) \vee \exists Y(C(Y) \wedge F(X, Y)))$ जहाँ $C(X)$ “ X को या computer छ” हो, $F(X, Y)$ “ X र Y साथीहस्त हो” अनि दुवै X र Y को लागी डोमेन् तिम्रो स्कूलको सबै विद्यार्थीहस्त हो।

- (ii) If A and B be two finite sets then prove that

6

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

यदि A एवं B दुवि समीम सेट हय तबे प्रमाण कर

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

यदि A र B दुई सिमित सेटहस्त भए प्रमाण गर

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C) !$$

- (d) (i) Examine if the relation ρ on the set \mathbb{Z} is an equivalence relation

4+4

(I) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 3a + 4b \text{ is divisible by } 7\}$

(II) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : |a - b| \leq 9\}$

परीक्षा कर ये निम्नलिखित सम्बन्धगुलि एकटि समतुल्य सम्बन्ध गर्नुपर्ने।

(I) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 3a + 4b, 7 \text{ द्वारा बिभाज्य}\}$

(II) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : |a - b| \leq 9\}$

सेट \mathbb{Z} मा सम्बन्ध ρ एउटा equivalence सम्बन्ध हो भनी जाँच गर

(I) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 3a + 4b \text{ लाई } 7 \text{ ले भाग जान्छ}\}$

(II) $\rho = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : |a - b| \leq 9\}$

(ii) (I) If $A = \{3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ and $C = \{7, 9\}$, then find $A \times (B \cup C)$.

2+2

यदि $A = \{3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ एवं $C = \{7, 9\}$ ह्य ताह्ले $A \times (B \cup C)$ एर मान निर्णय करा।

यदि $A = \{3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ र $C = \{7, 9\}$ भए $A \times (B \cup C)$ निकाल।

(II) If $A = \{3, 4, 7, 9, 11, 13\}$, $B = \{9, 4, 13, 15\}$ and $C = \{6, 8, 10\}$, then find $(A \Delta B) \times C$.

यदि $A = \{3, 4, 7, 9, 11, 13\}$, $B = \{9, 4, 13, 15\}$ एवं $C = \{6, 8, 10\}$ ह्य तबे $(A \Delta B) \times C$ एर मान निर्णय करा।

यदि $A = \{3, 4, 7, 9, 11, 13\}$, $B = \{9, 4, 13, 15\}$ र $C = \{6, 8, 10\}$ भए $(A \Delta B) \times C$ निकाल।

SEC1B

C++

GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions:

$3 \times 4 = 12$

ये-कोन चारटि प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर देऊँ :

(a) How do structure in C and C++ differ?

C एवं C++-एर structure-फलिर पार्थक्य कि ?

C र C++ मा structure कसरी फरक हुन्छ ?

(b) What are objects? How are they created?

Object कोनफलि ? किभाबे एफलिके तैरि करा ह्य ?

Objects हरू के हुन् ? तिनीहरू को कसरी सिर्जना हुन्छन् ?

(c) What is friend function? What are the merits and demerits of using friend function?

Friend function कि ? Friend function ब्यवहारेर उपयोगिता ओ अनुपयोगीता लेखो।

Friend function के हो ? Friend function को प्रयोगको फाइदा र बेफाइदा के हो ?

(d) Write an inline function in C++ to find square of a number.

एकटि संख्यार वर्ग करार जन्य C++-एर inline function लेखो।

संख्याको वर्ग पत्ता लगाउन C++ मा inline function लेख।

(e) Write a C++ program to find first 10 multiples of a given number.

एकटि संख्यार प्रथम 10टि गुणितक बेर करते एकटि C++ प्रोग्राम लेखो।

दिइएको संख्याको पहिलो 10 गुणन निकालन एउटा C++ program लेख।

- (f) Write a C++ program to input and display of a 4×4 matrix.

একটি 4×4 matrix কে ইনপুট ও প্রদর্শন করতে একটি C++ প্রোগ্রাম লেখো।

৪×৪ ম্যাট্রিক্সকो input র display গর্ন এउटা C++ program লেখ ।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

Answer any four questions

$6 \times 4 = 24$

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

কুন্তৈ চার প্রশ্নকো উত্তর দেও

2. Write a C++ program to calculate root of quadratic equation by initializing the object using default constructor. 6

একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ বের করতে একটি C++ প্রোগ্রাম লেখো যেখানে object কে default constructor দিয়ে initializing করা হয়।

পূর্ণিধারিত কন্স্ট্রক্টর প্রযোগ গরী object প্রারম্ভ গরে quadratic সমীকরণকো মূল নির্ণয় গর্ন C++ program লেখ ।

3. Write a program in C++ to pick up the largest number from any 4×4 matrix. 6

একটি 4×4 ম্যাট্রিক্সের সর্বাধিক সংখ্যা বের করার জন্য একটি C++ প্রোগ্রাম লেখো।

কুন্তৈ 4×4 ম্যাট্রিক্সবাট সবৈভন্দা ঠুলো সংখ্যা নিকালনে এউটা C++ program লেখ ।

4. Can we use the same function name for a member function of a class and an outside function in the same program file? If yes, how are they distinguished? If no, give reasons. 2+2+2

আমরা কি একই প্রোগ্রাম file-এ একটি class-এর সদস্য function ও বাইরের function এর নাম কি একই দিতে পারি ? যদি সত্য হয়, তাদের কিভাবে পার্থক্য করবো। যদি না হয় যুক্তি দাও।

এউটৈ program file মা ক্লাসকো member function র outside function কো এউটৈ নাম ভেকো function প্রযোগ গর্ন সকচ ? যদি হুন্ত ভনে তিনীহৰু লাঈ কসৰী ছুট্যাউন সকচ ? যদি হুদেন ভনে, কারণ দেও ।

5. What is a loop? Explain different types of loops in C++. 1+5

Loop কি ? C++-এর বিভিন্ন loop-এর ব্যাখ্যা দাও।

Loop কে হো ? C++ মা loop কো বিভিন্ন প্রকার কো বি঵রণ দেও ।

6. (a) What will be the output of the following program segment? 3

নিচের প্রোগ্রাম segment-এর output কি হবে ?

নিম্ন program কো ভাগ কো output কে হুন্ত :

```
for (int i = 0; i < 6, i = i + 1)
    for (int j = i; j > 0; j = j - 1)
        cout << i << " " << j << endl
```

- (b) What values are assigned to n , m and p in this code fragment? 3

এই কোড অংশে n , m ও p তে কি মান নির্ধারিত হবে ?

যো code fragment মা n , m র p কো কুন মান তোকিএকো ছ ?

```
i = 8 ;
j = 3 ;
n = ++i * --j ;
m = i + j -- ;
p = i + j ;
```

7. Write a C++ program to generate first N Fibonacci numbers starting from 0. 6

শূন্য থেকে শুরু করে প্রথম N টি Fibonacci সংখ্যা বের করার জন্য একটি C++ প্রোগ্রাম লেখো।

0 দেখি শুরু হুনে পহিলো N Fibonacci সংস্থাহস্ক generate গৰ্বে এত্তা C++ program লেখো।

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

Answer any two questions

$12 \times 2 = 24$

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

কুনৈ দুই প্রশ্নকো উত্তর দেজ

8. (a) What does inheritance mean in C++? What are the different forms of inheritance? Give examples. 3+2+4

C++-এ inheritance-এর অর্থ কি ? Inheritance-এর বিভিন্ন প্রকার গুলি কি ? উদাহরণ দাও।

C++ মা inheritance mean ভন্নালে কে বুঝিন্ত ? Inheritance কো ভিন্ন রূপহস্ক কে কে হুন ?
উদাহরণ দেজ।

- (b) Write two importances of inheritance in C++. 3

Inheritance-এর দুটি গুরুত্ব লেখো।

C++ মা inheritance কো দুইবাটা মহত্বহস্ক লেখো।

9. (a) How does a class accomplishes abstraction, encapsulation and data hiding? 6

Class কিভাবে abstraction, encapsulation ও data hiding সম্পাদিত করে ?

Class লে কসরী abstraction, encapsulation অনি data hiding সহযোগ গৰ্ত।

- (b) Write some differences between C and C++. 6

C ও C++-এর মধ্যেকার কিছু পার্থক্য লেখো।

C অনি C++ কো কেহী ভিন্নতাহস্ক দর্শাই।

- 10.(a) Write a program in C++ that finds all digits and their sum of an integer. 6

একটি পূর্ণসংখ্যার সমস্ত অঙ্কগুলি ও তাদের সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য একটি C++ প্রোগ্রাম লেখো।

এত্তা পূর্ণাঙ্ককো সবৈ অংকহস্ক অনি ত্যসকো যোগফল নিকালনে এত্তা C++ program লেখো।

- (b) What is class? Describe the syntax for describing a class with example.

2+4

Class কি ? একটি class-এর Syntax উদাহরণ সহযোগে বর্ণনা করো।

Class কে হो ? Class বর্ণন গর্ন syntax কো বর্ণন গর উদাহরণ সহিত।

- 11.(a) Write any four differences between constructor and destructor function in C++.

6

C++-এ constructor এবং destructor-এর যেকোন চারটি পার্থক্য লেখো।

C++ মা constructor function র destructor function কো কুনৈ চার ভিন্নতা লেখ।

- (b) What are the advantages of object oriented programming over procedural oriented programming?

6

Procedural programming চেয়ে object oriented programming-এর সুবিধাগুলি কি কি ?

Procedural oriented programming ভন্দা object oriented programming কো ফাইদা কে হো ?

—————x—————