



‘সমানো মন্ত্র: সমিতি: সমানী’

**UNIVERSITY OF NORTH BENGAL**  
B.Sc. Programme 5th Semester Examination, 2023

**SEC2-P1-MATHEMATICS**  
**(REVISED SYLLABUS 2023 / OLD SYLLABUS 2018)**

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

*The figures in the margin indicate full marks.*

**The question paper contains SEC2A and SEC2B. Candidates are required to answer any *one* from the *two* Courses and they should mention it clearly on the Answer Book.**

**SEC2A****THEORY OF PROBABILITY (REVISED) AND PROBABILITY AND STATISTICS (OLD)****GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক**1. Answer any **four** questions:

3×4 = 12

নিম্নলিখিত যে-কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাও:কোন **চার** প্রশ্নকা উত্তর দেও:

(a) If the probabilities of  $n$  mutually independent events are  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Then show that the probability that at least one of these events will occur is  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \dots (1 - p_n)$ .

যদি  $n$  পরস্পর নিরপেক্ষ ঘটনার সম্ভাবনা যথাক্রমে  $p_1, p_2, \dots, p_n$  হলে, তাহলে দেখাও যে অন্তত যে-কোন একটি ঘটনা ঘটান সম্ভাবনা হল  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \dots (1 - p_n)$ ।

যদি  $n$  পারস্পরিক রূপমা স্বতন্ত্র ভােকা ঘটনাহরু  $p_1, p_2, \dots, p_n$  ভাে প্রমাণ রর কি যী ঘটনাহরু মধ্বে কম্টিমা পনি ংডটা ঘটনা ঘটনে probability  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \dots (1 - p_n)$  হুন্ড।

(b) Find the Median for the Poisson distribution having mean 2.

2 গড়যুক্ত Poisson বন্টনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

Mean 2 ভাে Poisson বিতরণ কো লাগী Median নির্ণয় র।

(c) Given that:  $P(A) = 3/8$ ,  $P(B) = 5/8$  and  $P(A+B) = 3/4$ . Find  $P(A/B)$  and  $P(B/A)$ . Are  $A$  and  $B$  independent events?

দেওয়া ংছে:  $P(A) = 3/8$ ,  $P(B) = 5/8$  ংবং  $P(A+B) = 3/4$ ।  $P(A/B)$  ংবং  $P(B/A)$  - ংর মান নির্ণয় কর।  $A$  ংবং  $B$  কি স্বাধীন?

$P(A) = 3/8$ ,  $P(B) = 5/8$  র  $P(A+B) = 3/4$  ভাে  $P(A/B)$  র  $P(B/A)$  নির্ণয় র। কে  $A$  র  $B$  স্বতন্ত্র ঘটনাহরু হো?

(d) If  $X$  is a Poisson ( $\mu$ )-variate and  $P(X=0) = P(X=1)$  then find  $\mu$  and  $P(X \geq 1)$ .

$X$  ংকটি Poisson ( $\mu$ ) চলরাশি ংবং  $P(X=0) = P(X=1)$  তাহলে  $\mu$  -ংর মান নির্ণয় কর ংবং  $P(X \geq 1)$  -ংর মান বের কর।

যদি  $X$  Poisson ( $\mu$ ) র ভাে ংনি  $P(X=0) = P(X=1)$  ভাে  $\mu$  ংনি  $P(X \geq 1)$  কো মান নির্ণয় র।

- (e) A bag contains 10 white and 5 black balls. Two balls are drawn in succession without replacement. What is the probability that first is white and second is black?

একটি ব্যাগে 10টি সাদা এবং 5টি কালো বল আছে। পরপর দুটি বল তোলা হল প্রতিস্থাপন ছাড়া। প্রথম বলটি সাদা এবং দ্বিতীয় বলটি কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত ?

एउटा झोलामा 10 वटा सेतो अनि 5 वटा कालो गोलीहरू छ । प्रतिस्थापन विना लगातार दुई गोलीहरू लाई निकालियो । पहिलो सेतो अनि दोस्रो कालो हुने probability के हो ?

- (f) Determine the value of  $k$  such that  $f(x)$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

is a probability density function. Also find  $P(X > \frac{1}{2})$ .

$k$ -এর মান নির্ণয় কর যাতে  $f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad \text{অন্য ক্ষেত্রে} \end{cases}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত হয় একটি

সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক এবং  $P(X > \frac{1}{2})$ -এর মান নির্ণয় কর।

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

যদি  $f(x)$  এউটা probability density ফলন भए  $k$  को मान कति हुन्छ ?  $P(X > \frac{1}{2})$  पनि निर्णय गर ।

### GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any **four** questions:

6×4 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কোন **চার** প্রশ্নকা উত্তর দেও:

- (a) Let  $X$  be a discrete random variable having mass function

2+2+2

$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$P(X = x)$	$k$	$2k$	$2k^2$	$3k^2$	$k^2$	$6k^2 + 8k$

- (i) Determine the value of  $k$ .  
 (ii) Find the distribution function  $F(x)$ .  
 (iii) Evaluate  $P(X < 0)$ .

ধরো  $X$  একটি বিচ্ছিন্ন random চলরাশি যার mass অপেক্ষকটি হলঃ

$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$P(X = x)$	$k$	$2k$	$2k^2$	$3k^2$	$k^2$	$6k^2 + 8k$

- (i)  $k$ -এর মান নির্ধারণ কর।  
 (ii) বন্টন অপেক্ষক  $F(x)$  নির্ণয় কর।  
 (iii)  $P(X < 0)$  নির্ণয় কর।

मानौ  $X$  एउटा discrete अनियमित चर हो जस्को mass फलन

$x$	-3	-2	-1	0	1	2
$P(X = x)$	$k$	$2k$	$2k^2$	$3k^2$	$k^2$	$6k^2 + 8k$

- (i)  $k$  को मान निर्णय गर।  
 (ii) वितरण फलन  $F(x)$  निर्णय गर।  
 (iii)  $P(X < 0)$  को मूल्याङ्कन गर।

- (b) There are two identical boxes. The first box contains 5 white, 7 red balls and the second box contains 5 white, 5 red balls. One box is chosen at random and a ball is drawn from it. If the ball is found to be white, calculate the probability that it is drawn from the first box.

একই বক্সের দুইটি বাক্সের প্রথমটিতে ৫টি সাদা, ৭টি লাল বল এবং দ্বিতীয়টিতে ৫টি সাদা, ৫টি লাল বল আছে। যথেষ্টভাবে একটি বাক্স নিয়ে সেখান থেকে একটি বল তোলা হল। যদি বলটি সাদা হয়, তবে বলটি প্রথম বাক্স থেকে তোলার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

তাহাঁ দুইটি সমান বক্স হরু চ। পহিলো বক্স মা ৫ বটা সেতো র ৭ বটা রাতো গোলী অনি দোস্রো বক্সমা ৫ বটা র ৫ বটা রাতো গোলীহরু চ। অনিয়মিত রুপমা এডটা বক্স চান্যো অনি ত্যহাঁ বাট এডটা গোলী নিকালিয়ো। যদি গোলী সেতো ভেট্রাএমা ত্যো গোলী পহিলো বক্স বাট হো ভননে probability নির্ণয় র।

- (c) A random variable  $X$  has the probability density function  $f(x) = ax(2-x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$ . Find  $a$ ,  $E(X)$  and  $\text{var}(2-3X)$ .

$X$  একটি random চলরাশি যার সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক  $f(x) = ax(2-x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$  হলে,  $a$ ,  $E(X)$  এবং  $\text{var}(2-3X)$ -এর মান নির্ণয় কর।

এডটা অনিয়মিত চর  $X$  কো probability ঘনত্ব ফলন  $f(x) = ax(2-x)$ ,  $0 \leq x \leq 2$  হো।  $a$ ,  $E(X)$  র  $\text{var}(2-3X)$  নির্ণয় র।

- (d) The probability density function of a continuous bivariate distribution is given by

$$f(x, y) = x + y, \quad \text{for } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ = 0, \quad \text{elsewhere}$$

Find the values of  $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y$  and write down the regression lines.

একটি অবিচ্ছিন্ন bivariate চলরাশির বন্টনের সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক

$$f(x, y) = x + y, \quad \text{যেখানে } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ = 0, \quad \text{অন্যত্র}$$

হলে  $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y$ -এর মান নির্ণয় কর এবং regression রেখাগুলি লেখ।

নিরন্তর bivariate বিতরণ কো probability ঘনত্ব ফলন দিহ্রেকো চ

$$f(x, y) = x + y, \quad 0 < x < 1, 0 < y < 1 \text{ কো লাগী} \\ = 0, \quad \text{অন্যত্র}$$

$m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y$  কো মান নির্ণয় র অনি regression রেখাহরু লেখ।

- (e) Find the mean and variance of Binomial distribution.

Binomial বন্টনের গড় এবং ভেদমান নির্ণয় কর।

Binomial বিতরণকো মধ্যমান অনি variance নির্ণয় র।

- (f) Use Tchebycheff's inequality to show that for a random variable having p.d.f.

$$f(x) = 1, \quad \text{if } 0 < x < 1 \\ = 0, \quad \text{otherwise}$$

$$P\left\{\left|X - \frac{1}{2}\right| \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}\right\} \geq \frac{3}{4}$$

Tchebycheff's অসমতার দ্বারা দেখাও যে

$$P\left\{\left|X - \frac{1}{2}\right| \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}\right\} \geq \frac{3}{4}, \text{ যেখানে } x \text{ একটি random চলরাশি যার p.d.f. হল}$$

$$f(x) = 1, \quad \text{যদি } 0 < x < 1 \\ = 0, \quad \text{অন্যত্র}$$

p.d.f  $f(x) = 1$  , यदि  $0 < x < 1$   
 $= 0$  , अन्यथा,

भएको एउटा अनियमित चरको लागि Tchebycheff को असमानता प्रयोग गरेर

$$P\left\{\left|X - \frac{1}{2}\right| \leq 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}\right\} \geq \frac{3}{4} \text{ हुन्छ भनी प्रमाण गर ।}$$

**GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग**

3. Answer any **two** questions: 12×2 = 24

निम्नलिखित ये-कौन **दुई** प्रश्नको उत्तर दाओः

कुनै **दुई** प्रश्नका उत्तर देऊः

(a) (i) If  $A$  and  $B$  are two independent events, then prove that 2+2+2

- (I)  $\bar{A}$  and  $\bar{B}$  are also independent.
- (II)  $A$  and  $\bar{B}$  are also independent.
- (III)  $\bar{A}$  and  $B$  are also independent.

यदि  $A$  एवं  $B$  दुई स्वधीन घटना हने, तहले देखाओ ये

- (I)  $\bar{A}$  एवं  $\bar{B}$  स्वधीन।
- (II)  $A$  एवं  $\bar{B}$  स्वधीन।
- (III)  $\bar{A}$  एवं  $B$  स्वधीन।

यदि  $A$  र  $B$  दुई स्वतन्त्र घटनाहरू भए प्रमाण गर

- (I)  $\bar{A}$  र  $\bar{B}$  पनि स्वतन्त्र छ।
- (II)  $A$  र  $\bar{B}$  पनि स्वतन्त्र छ।
- (III)  $\bar{A}$  र  $B$  पनि स्वतन्त्र छ।

(ii) If  $X$  and  $Y$  are two independent random variables, prove that 6  
 $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

यदि  $X$  एवं  $Y$  दुई स्वधीन random चलराशि हने, प्रमाण कर  $E(XY) = E(X)E(Y)$  ।

यदि  $X$  र  $Y$  दुई स्वतन्त्र अनियमित चरहरू भए प्रमाण गर  $E(XY) = E(X)E(Y)$

(b) (i) Find the moment generating function of a continuous distribution having p.d.f. 6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , \quad 0 < x < \infty \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$$

and hence find mean and variance.

एकटि अबिच्छन्न बन्टनेर moment generating अपेक्षक निर्णय कर यार p.d.f.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , \quad 0 < x < \infty \\ 0 & , \quad \text{अन्यत्र} \end{cases}$$

एवं सेखान थेके गड़मान एवं भेदमान निर्णय कर।

$$\text{p.d.f. } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x} & , \quad 0 < x < \infty \\ 0 & , \quad \text{अन्यत्र} \end{cases}$$

भएको एउटा निरन्तर वितरण को moment generating फलन निर्णय गर । मध्यमान अनि variance पनि निर्णय गर ।

- (ii) (I) If  $X$  is a  $N(0, 1)$  variate, then prove that  $Y = \frac{1}{2}X^2$  is a  $\gamma(\frac{1}{2})$  variate. 3+3  
 (II) Find the characteristic function of a Poisson distribution with parameter  $\mu$ .
- (I)  $X$  একটি  $N(0, 1)$  চল (variate) হলে, প্রমাণ কর যে  $Y = \frac{1}{2}X^2$  হল  $\gamma(\frac{1}{2})$  চল।  
 (II)  $\mu$  প্যারামিটার সহ একটি Poisson বন্টনের characteristic অপেক্ষক নির্ণয় কর।
- (I) যদি  $X N(0, 1)$  চর হয়, প্রমাণ কর কি  $Y = \frac{1}{2}X^2$ ,  $\gamma(\frac{1}{2})$  চর হো।  
 (II) প্যারামিটার  $\mu$  भएको Poisson वितरण को characteristic फलन पत्ता लगाऊ।
- (c) (i) The regression lines are  $x + 6y = 6$  and  $3x + 2y = 10$ , find the mean and the correlation coefficient. 3+3  
 $x + 6y = 6$  এবং  $3x + 2y = 10$  regression রেখা হলে, গড়মান এবং correlation coefficient-এর মান নির্ণয় কর।  
 $x + 6y = 6$  र  $3x + 2y = 10$ , regression रेखाहरू हुन्। मध्यमान र सहसंबंध गुणांक (correlation coefficient) पत्ता लगाऊ।
- (ii) The joint probability density function of the random variables  $X, Y$  is 2+2+2  

$$f(x, y) = k(3x + y) \quad , \quad \text{when } 1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 2$$

$$= 0 \quad , \quad \text{elsewhere}$$
 Find (I) the value of  $k$   
 (II)  $P(X + Y < 2)$   
 (III) Investigate whether  $X$  and  $Y$  are independent.  
 $X, Y$  চল দুটির যুক্ত সম্ভাবনা অপেক্ষক (joint probability density function) হল  

$$f(x, y) = k(3x + y) \quad , \quad \text{যেখানে } 1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 2$$

$$= 0 \quad , \quad \text{অন্যত্র}$$
 (I)  $k$ -এর মান নির্ণয় কর।  
 (II)  $P(X + Y < 2)$   
 (III)  $X$  এবং  $Y$  স্বাধীন কিনা তদন্ত কর।  
 अनियमित चरहरूको संयुक्त probability घनत्व फलन यसप्रकार छ,  

$$f(x, y) = k(3x + y) \quad , \quad \text{जब } 1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 2$$

$$= 0 \quad , \quad \text{अन्यत्र}$$
 निर्णय गर (I)  $k$  को मान (II)  $P(X + Y < 2)$   
 (III)  $X$  र  $Y$  स्वतन्त्र छ वा छैन जाँच गर।
- (d) (i) The random variable  $X$  follows normal distribution with parameters  $(m, \sigma)$ . Find the distribution of  $Y = aX + b$  where  $a$  and  $b$  are constants. 6  
 $X$  একটি random চলরাশি যা normal বন্টন অনুসরণ করে  $(m, \sigma)$  প্যারামিটার সহ।  
 $Y = aX + b$ -এর বন্টন নির্ণয় কর যেখানে  $a$  এবং  $b$  ধ্রুবক।  
 प्यारामिटर  $(m, \sigma)$  भएको सामान्य वितरण लाई अनियमित चर  $X$  ले follow गर्छ।  
 $Y = aX + b$  को वितरण खोज, जहाँ  $a$  र  $b$  स्थिरांक हो।
- (ii) Find the probability that a leap-year selected at random will have 53 sundays. 3  
 এলোমেলোভাবে নির্বাচিত একটি অধিবর্ষে (leap-year) 53টি রবিবারের সম্ভাবনা নির্ণয় কর।  
 अनियमित रूपमा चयन गरिएको लीप वर्षमा 53 आइताबए हुने probability पत्ता लगाऊ।
- (iii) State the law of large numbers. 3  
 Large numbers -এর সূত্রটি বিবৃত কর।  
 ठूलो संख्याहरूको कानून उल्लेख गर।

## SEC2B

## DIFFERENTIAL GEOMETRY

## GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

1. Answer any
- four**
- questions from the following:
- 3×4 = 12

নিম্নলিখিত যে-কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কোন **চার** প্রশ্নের উত্তর দেও:

- (a) State Frenet-Serret formula.

Frenet-Serret সূত্রটি সংজ্ঞায়িত কর।

Frenet-Serret को सूत्र उल्लेख गर।

- (b) Show that the curve

$$\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, t \right)$$

is not a unit curve. Is it regular? Justify.

দেখাও যে  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, t \right)$  বক্ররেখাটি একটি একক বক্ররেখা (unit curve)

হবে না। এটা কি regular হবে? উত্তরের সত্যতা যাচাই কর।

বক্র  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, t \right)$  এতটা একাঙ্ক বক্র হোইন মনী প্রমাণ কর। কে যো নিয়মিত

छ ? न्यायोचित गर।

- (c) Define Osculating plane and Osculating sphere.

Osculating তল এবং Osculating গোলকে সংজ্ঞায়িত কর।

Osculating সমতল্ অনি Osculating গোলা (sphere) को परिभाषा देऊ।

- (d) If geodesic curvature of a curve on a surface is zero everywhere, prove that the curve is geodesic.

পৃষ্ঠতলের উপর কোন একটি বক্ররেখার geodesic curvature যদি সর্বদা শূন্য হয় তবে প্রমাণ কর বক্ররেখাটি একটি geodesic হবে।

यदि एउटा सतहमा वक्रको geodesic वक्रता सर्वतः शून्य भए वक्र geodesic हो मनी प्रमाण गर।

- (e) Find the arc length of the curve
- $\gamma(t) = (2t+1, 4t+3, t^2)$
- ,
- $t \geq 0$

$\gamma(t) = (2t+1, 4t+3, t^2)$ ,  $t \geq 0$  বক্ররেখাটি (arc length) বক্র পথের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

वक्र  $\gamma(t) = (2t+1, 4t+3, t^2)$ ,  $t \geq 0$  को वृतांशको लम्बाई खोज।

- (f) Prove that 2nd fundamental form of a plane is zero.

প্রমাণ কর তলের 2nd fundamental রূপটি শূন্য।

समतल को क्षेत्रो आधारभूत रूप शून्य हुन्छ मनी प्रमाण गर।

## GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any
- four**
- questions from the following:
- 6×4 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোন **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কোন **চার** প্রশ্নের উত্তর দেও:

- (a) Find the first fundamental form of the surface
- $\sigma(u, v) = (\cosh u, \sinh u, v)$

$\sigma(u, v) = (\cosh u, \sinh u, v)$  পৃষ্ঠতলের 1st fundamental রূপটি নির্ণয় কর।

वक्र  $\sigma(u, v) = (\cosh u, \sinh u, v)$  को पहिलो आधारभूत रूप निर्णय गर।

(b) Find the curvature of the curve  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t \right)$ .

$\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t \right)$  বক্ররেখাটির বক্রতা (curvature) নির্ণয় কর।

বক্র  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \sinh t, \frac{1}{\sqrt{2}} \cos t \right)$  কো বক্রতা নির্ণয় কর।

(c) (i) Show that the surface  $e^z \cos x = \cos y$  is minimal. 3

দেখাও যে  $e^z \cos x = \cos y$  পৃষ্ঠতলটি minimal.

সতহ  $e^z \cos x = \cos y$  ন্যূনতম হো ভনী প্রমাণ কর।

(ii) Find the envelope of the surface  $3xt^2 - 3yt + z = t^3$ . 3

$3xt^2 - 3yt + z = t^3$  পৃষ্ঠতলটির envelope নির্ণয় কর।

সতহ  $3xt^2 - 3yt + z = t^3$  কো envelope খোজ।

(d) Define surface, surface patches, and atlas. Write down a surface patch of unit sphere. 1+1+1+3

পৃষ্ঠতল (Surface), surface patch এবং atlas কে সংজ্ঞায়িত কর। একক গোলকের একটি surface patch লিখে দেখাও।

সতহ, সতহকো প্যাচহরু অনি এট্‌লস কো পরিভাষা দেউ। একাড্‌ গোলাকো সতহকো প্যাচ লেখ।

(e) Define parametrization of a curve. Find the parametrization of the curve 2+4

$$\gamma(t) = (\cos^2 t - 1/2, \sin t \cos t, \sin t) \text{ for } t > 0$$

বক্ররেখার parametrization কি ?  $\gamma(t) = (\cos^2 t - 1/2, \sin t \cos t, \sin t)$ ,  $t > 0$  বক্ররেখাটির parametrization টি নির্ণয় কর।

বক্রকো parametrization খোজ  $\gamma(t) = (\cos^2 t - 1/2, \sin t \cos t, \sin t)$ ,  $t > 0$  কো লাগী।

(f) (i) Write Rodrigue's formula. 2

Rodrigue-এর সূত্রটি লেখ।

Rodrigue কো সূত্র লেখ।

(ii) Show that the surface  $xy = (z - a)^2$  is developable. 4

দেখাও যে,  $xy = (z - a)^2$  পৃষ্ঠতলটি একটি developable.

সতহ  $xy = (z - a)^2$  developable হো ভনী প্রমাণ কর।

### GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

3. Answer any **two** questions from the following: 12×2 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কুনৈ দুই প্রশ্নকো উত্তর দেউঃ

(a) Find  $\kappa$ ,  $\tau$ ,  $n$ ,  $t$ ,  $b$  for the curve  $\gamma(\theta) = (a \cos \theta, a \sin \theta, b\theta)$  and verify Frenet-Serret formula. 2+2+2+2+2+2

$\gamma(\theta) = (a \cos \theta, a \sin \theta, b\theta)$  বক্ররেখার জন্য  $\kappa$ ,  $\tau$ ,  $n$ ,  $t$ ,  $b$  নির্ণয় কর। Frenet-Serret সূত্রটি যাচাই কর।

বক্র  $\gamma(\theta) = (a \cos \theta, a \sin \theta, b\theta)$  কো লাগী  $\kappa$ ,  $\tau$ ,  $n$ ,  $t$ ,  $b$  নির্ণয় কর অনি Frenet-Serret সূত্র কো ন্যাযোচিত কর।

- (b) (i) Prove that the area of a surface patch is unchanged by reparametrization. 6  
 প্রমাণ কর কোন পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্র reparameterization এর পরও অপরিবর্তিত থাকে।  
 Reparameterization দ্বারা সতহকো প্যাচ মা কুনৈ বদ্লাব আউঁদৈন ভনী প্রমাণ গর।
- (ii) Find the second fundamental form of the surface: 6  

$$\sigma(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, -\sin u)$$

$$\sigma(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, -\sin u)$$
 পৃষ্ঠতলের 2nd fundamental রূপটি নির্ণয় কর।  
 সতহ  $\sigma(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, -\sin u)$  কো দোস্রো আধারভূত রূপ নির্ণয় গর।
- (c) (i) State Gauss-Bonnet theorem for simple closed curve. 2  
 Gauss-Bonnet উপপাদ্য উল্লেখ কর সরল বন্ধ বক্ররেখার জন্য।  
 সাধারণ closed বক্রকো লাগী Gauss-Bonnet উপপাদ্য উল্লেখ গর।
- (ii) Define principal curvature and Gaussian curvature. Find principal and Gaussian curvature for the surface 2+1+5+2  

$$\sigma(u, v) = (-\cosh u \cos v, -\cosh u \sin v, \sin u)$$
 Principal curvature এবং Gaussian curvature কে সংজ্ঞায়িত কর।  

$$\sigma(u, v) = (-\cosh u \cos v, -\cosh u \sin v, \sin u)$$
 পৃষ্ঠতলটির principal এবং Gaussian curvature টি নির্ণয় কর।  
 প্রিন্সিপল বক্রতা অনি Gaussian বক্রতা কো পরিভাষা দেউ।  
 সতহ  $\sigma(u, v) = (-\cosh u \cos v, -\cosh u \sin v, \sin u)$  কো লাগী প্রিন্সিপল অনি Gaussian বক্রতা নির্ণয় গর।
- (d) (i) Define normal curvature. Find the normal curvature of the curve 1+5  
 $\gamma(t) = (2, 2t, 2(t^2 + 1))$  on the surface  $\sigma(u, v) = (u - v, u + v, u^2 + v^2)$ .  
 Normal curvature কি ?  $\sigma(u, v) = (u - v, u + v, u^2 + v^2)$  পৃষ্ঠতলের উপর  $\gamma(t) = (2, 2t, 2(t^2 + 1))$  বক্ররেখাটির normal curvature টি নির্ণয় কর।  
 নর্মল বক্রতা কো পরিভাষা দেউ। বক্র  $\gamma(t) = (2, 2t, 2(t^2 + 1))$  কো সতহ  $\sigma(u, v) = (u - v, u + v, u^2 + v^2)$  মা নর্মল বক্রতা নিকাল।
- (ii) Define geodesic curve on a surface. Prove that all great circles on a sphere are geodesics. 2+4  
 পৃষ্ঠতলের উপর geodesic বক্ররেখাকে সংজ্ঞায়িত কর। প্রমাণ কর গোলকের উপর সকল সর্ববৃহৎ বৃত্ত (great circle) গুলি geodesics.  
 সতহমা geodesic বক্রকো পরিভাষা দেউ। গোলা মা সৰ্ব তুলা বৃত্তহরু geodesic হরু হৌ ভনী প্রমাণ গর।

—x—