



‘समानो मन्त्रः समितिः समानी’

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. Programme 3rd Semester Examination, 2022

SEC1-P1-MATHEMATICS

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

The figures in the margin indicate full marks.

The question paper contains SEC1A and SEC1B. Candidates are required to answer any *one* from the *two* SEC1 and they should mention it clearly on the Answer Book.

SEC1A

LOGIC AND SETS

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

1. Answer any **four** questions:

3×4 = 12

নিম্নলিখিত যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কোন চার প্রশ্নের উত্তর লেখ –

(a) Give a counter example to illustrate that for any two partial order relations R_1 and R_2 their union is not antisymmetric and transitive.

একটি উদাহরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর যে কোন দুটি আংশিক ক্রম সম্পর্ক (partial order relations) R_1 এবং R_2 এর union, antisymmetric এবং transitive হবে না।

কোন দুই partial order সম্বন্ধের R_1 অর্থাৎ R_2 কী সংঘ (union) antisymmetric অর্থাৎ transitive হইবে মনে পুষ্টিলাই ব্যাখ্যা কর্ণে এতটা উদাহরণ দেও।

(b) Draw up truth tables and then prove that

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \quad \neg(\neg p) \equiv p$$

Truth table অঙ্কন কর এবং ইহা হইতে প্রমাণ কর $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \neg(\neg p) \equiv p$

সত্য তালিকা কর্ণে $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q, \neg(\neg p) \equiv p$ হুন্ট মনী প্রমাণ কর।

(c) If A, B, C be three non-empty sets then prove that

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$$

যদি $A, B,$ এবং C তিনটি অশূন্য সেট হয় তাহলে প্রমাণ করঃ $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$

যদি A, B, C তিনটি খালী নহেও সেটের মত প্রমাণ কর, $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ ।

(d) Express the statement $(p \vee \neg q) \rightarrow p \wedge r$ in terms of \vee and \neg only.

\vee এবং \neg দ্বারা $(p \vee \neg q) \rightarrow p \wedge r$ বিবৃতিকে প্রকাশ কর।

$(p \vee \neg q) \rightarrow p \wedge r$ কখনলাই \vee অনি \neg को सन्दर्भमा व्यक्त गर।

(e) If $A = \{x : 2 \cos^2 x + \sin^2 x \leq 2\}$ and $B = \{x : \pi/2 \leq x \leq 3\pi/2\}$ then find $A \cap B$.

যদি $A = \{x : 2 \cos^2 x + \sin^2 x \leq 2\}$ এবং $B = \{x : \pi/2 \leq x \leq 3\pi/2\}$ হয় তবে $A \cap B$ -এর মান নির্ণয় কর।

यदि $A = \{x : 2 \cos^2 x + \sin^2 x \leq 2\}$ अनि $B = \{x : \pi/2 \leq x \leq 3\pi/2\}$ भए $A \cap B$ को मान निर्णय गर।

(f) If A and B are finite sets prove that

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

যদি A এবং B দুটি সসীম সেট হয় তবে প্রমাণ কর $|A \times B| = |A| \cdot |B|$

यदि A अनि B सीमित सेटहरू (finite set) भए प्रमाण गर $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ ।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any **four** questions from the following:

6×4 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर लेख –

(a) How many numbers from 1 to 1000 are not divisible by 2, 3 and 5? 6

2, 3 এবং 5 দ্বারা বিভাজ্য নয় এমন 1 থেকে 1000-এর মধ্যে কতগুলো সংখ্যা থাকবে ?

1 देखि 1000 भित्रको कतिवटा संख्याहरूलाई 2, 3 अनि 5 ले भाग जादैन ?

(b) (i) If $A_n = \{x | 0 \leq x \leq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}$, find $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$. 3

যদি $A_n = \{x | 0 \leq x \leq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}$ তাহলে $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ -এর মান নির্ণয় কর।

यदि $A_n = \{x | 0 \leq x \leq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}$, $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ को मान निर्णय गर।

(ii) Find $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$, where $I_n = \{x \in \mathbb{R} : -1 + \frac{1}{n} \leq x \leq 2 - \frac{1}{n}\}$. 3

নির্ণয় করঃ $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$, যেখানে $I_n = \{x \in \mathbb{R} : -1 + \frac{1}{n} \leq x \leq 2 - \frac{1}{n}\}$ ।

$\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$ को मान निर्णय गर, जहाँ $I_n = \{x \in \mathbb{R} : -1 + \frac{1}{n} \leq x \leq 2 - \frac{1}{n}\}$ ।

(c) Let R_1 be a partial order relation in A_1 and R_2 be a partial order relation in A_2 . 6

Show that $R_1 \cup R_2 \cup (A_1 \times A_2)$ is partial order relation in $A_1 \cup A_2$. Take

$A_1 \cap A_2 = \emptyset$.

ধর R_1 এবং R_2 যথাক্রমে A_1 এবং A_2 সেটে সংজ্ঞায়িত দুটি আংশিক ক্রম সম্পর্ক (partial order relation)। দেখাও যে $R_1 \cup R_2 \cup (A_1 \times A_2)$, $A_1 \cup A_2$ সেটে সংজ্ঞায়িত একটি আংশিক ক্রম সম্পর্ক যেখানে $A_1 \cap A_2 = \emptyset$.

যদি R_1 র A_1 মা भएको partial order सम्बन्ध भए अनि R_2 र A_2 मा भएको partial order सम्बन्ध भए। $R_1 \cup R_2 \cup (A_1 \times A_2)$, $A_1 \cup A_2$ मा भएको partial order सम्बन्ध हो भनी प्रमाण गर। $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ हो।

- (d) Show that the relation of congruence modulo 'm' on the set \mathbb{Z} of integer is an equivalence relation. 6

देखाओ ये पूर्णसंख्यार सेट \mathbb{Z} -एर उपर congruence modulo 'm' सम्पर्कटि समार्थता सम्पर्क (equivalence relation) हबे।

पूर्ण संख्याहरूको सेटमा भएको congruence modulo 'm' सम्बन्ध एउटा समानता (equivalence) सम्बन्ध हो भनी प्रमाण गर।

- (e) (i) Find the negation of $\exists x \exists y \forall z p(x, y, z)$. 3

$\exists x \exists y \forall z p(x, y, z)$ -एर नावाचक (negation) विवृति लिख।

$\exists x \exists y \forall z p(x, y, z)$ को negation खोज।

- (ii) Verify whether the following compound statement 3

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ is tautology or not.

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ मिश्र विवृति द्विरुक्ति (tautology) हबे किना याचाई कर।

दिइएको यौगिक कथन $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ एउटा tautology हो वा होइन प्रमाणित गर।

- (f) Prove that $\neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ 6

प्रमाण कर $\neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$

प्रमाणित गर - $\neg(P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$ ।

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

3. Answer any **two** questions from the following: 12×2 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কুনৈ দুইবটা প্রহনহরুকা উত্তর দেऊ -

- (a) (i) Prove that $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$. 7

Hence show that

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C).$$

প্রমাণ কর $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

ইহা হইতে দেখাও যে

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C).$$

প্রমাণিত কর

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

অনি দেখাজ

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

- (ii) If A and B be two finite sets then prove that $(A \Delta B)^c = (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$. 5
- यदि A एवं B दुई ससिम सेट हय प्रमाण कर $(A \Delta B)^c = (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$
- यदि A अनि B दुईवटा सीमित सेटहरू भए, प्रमाणित गर $(A \Delta B)^c = (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$ ।
- (b) (i) Determine the nature of relation R on \mathbb{Z} defined by “ xRy ” iff $x^2 - y^2$ is divisible by 5. Find equivalence class if any. 6
- \mathbb{Z} -एर उपर संज्ञायित R सम्पर्कतिर प्रकृति निर्णय कर येखाने देओया आछे xRy iff $x^2 - y^2$ 5 द्वारा विभाज्य । समर्थता कक्ष (equivalence class) गुलि निर्णय कर (यदि থাকे) ।
- “ xRy ” यदि अनि यदि भए $x^2 - y^2$ 5 से भाग जान्छ ले परिभाषित \mathbb{Z} मा सम्बन्ध R को प्रकृति निर्धारण गर ।
- (ii) Verify by truth table $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$. 3
- Truth table-एर साहाय्ये याचाई करः $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$
- सत्य तालिकाले प्रमाणित गर $p \rightarrow q \wedge r \equiv p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r$ ।
- (iii) Prove that 3
- $\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$.
- प्रमाण कर $\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$
- प्रमाणित गर $\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$ ।
- (c) (i) If A_1, A_2, \dots, A_n are n -non-empty sets then construct n non-empty sets 6
- B_1, B_2, \dots, B_n such that $B_i \cap B_j = \phi$ and $\bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i$.
- यदि A_1, A_2, \dots, A_n n संख्यक अशून्य सेट हय तहले n संख्यक अशून्य सेट B_1, B_2, \dots, B_n गठन कर येखाने $B_i \cap B_j = \phi$ एवं $\bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i$
- यदि A_1, A_2, \dots, A_n n वटा खाली नभएको सेटहरू भए, n खाली नभएको B_1, B_2, \dots, B_n सेटहरूको निर्माण गर जस्मा $B_i \cap B_j = \phi$ अनि $\bigcup_{i=1}^n B_i = \bigcup_{i=1}^n A_i$ हुन्छ ।
- (ii) Let ρ be a relation on \mathbb{C} defined by “ $(a+ib)\rho(c+id)$ iff $a \leq c$ and $b \leq d$ ” for all $(a+ib), (c+id) \in \mathbb{C}$. Show that ρ is reflexive, antisymmetric and transitive. 6
- धर \mathbb{C} -एर उपर ρ एकटि सम्पर्क निम्नानुसारे संज्ञायित आछेः
- $(a+ib)\rho(c+id)$ iff $a \leq c$ एवं $b \leq d$. सकल $(a+ib), (c+id) \in \mathbb{C}$ -एर जन्य देखाओ ये ρ एकटि reflexive, antisymmetric एवं transitive हबे।
- मानौ ρ एउटा \mathbb{C} मा भएको सम्बन्ध हो जसलाई “ $(a+ib)\rho(c+id)$ यदि अनि यदि मात्र $a \leq c$ अनि $b \leq d$ ” ले परिभाषित गरिएको छ । प्रमाणित गर कि ρ reflexive, antisymmetric अनि transitive हो ।

- (d) (i) If P and Q are distinct propositions the compound statement $\neg P \vee Q$ tautologically implies which of the following: 6

- (A) P (B) $Q \rightarrow P$ (C) $P \rightarrow Q$
(D) $\neg Q \rightarrow P$ (E) $\neg P \wedge Q$

যদি P এবং Q দুটি আলাদা বিবৃতি (propositions) হয় তবে $\neg P \vee Q$ মিশ্র বিবৃতিটির দ্বিরাঙ্কিত (tautological) নিম্নলিখিত কোন বিবৃতিটিকে প্রকাশ করে:

- (A) P (B) $Q \rightarrow P$ (C) $P \rightarrow Q$
(D) $\neg Q \rightarrow P$ (E) $\neg P \wedge Q$

যদি P অনি Q ফরক proposition হরু ভয় যৌগিক কখন $\neg P \vee Q$ tautologically দিহুকো নিম্ন মধ্য কুনলাই বুদ্ধাউচ্চ ?

- (A) P (B) $Q \rightarrow P$ (C) $P \rightarrow Q$
(D) $\neg Q \rightarrow P$ (E) $\neg P \wedge Q$

- (ii) Let $P(x)$ be " $x^2 \geq 0$ ". What are the truth table of $\exists x P(x)$ and $\forall x P(x)$. Consider the following cases: 6

- (A) the set of real numbers.
(B) the set of positive integers not exceeding 4.
(C) the set of real numbers in the interval $(0, \sqrt{9.8})$.

ধর $P(x)$ হল " $x^2 \geq 0$ " $\exists x P(x)$ এবং $\forall x P(x)$ -এর truth table টি কি হবে উল্লেখ কর। নিম্নলিখিত ক্ষেত্রগুলি বিবেচনা কর:

- (ক) বাস্তব সংখ্যার সেট।
(খ) 4-এর কম ধনাত্মক সংখ্যার সেট।
(গ) $(0, \sqrt{9.8})$ বিস্তারের সকল বাস্তব সংখ্যার সেট

মানৌ $P(x)$ be " $x^2 \geq 0$ " ভয়। $\exists x P(x)$ র $\forall x P(x)$ কো সত্য তালিকা কে কে হৌ ? নিম্ন দিহুকো case লাই বিচার গর –

- (A) বাস্তবিক সংখ্যাহরু কো সেট
(B) 4 ভনন্দা বঠী নভয়কো সকারাত্মক পূর্ণাকহরুকো সেট
(C) অন্তরাল $(0, \sqrt{9.8})$ মা পর্ন বাস্তবিক সংখ্যাহরুকো সেট।

SEC1B

C++

GROUP-A / বিভাগ-ক / সমূহ-ক

1. Answer any **four** questions from the following: 3×4 = 12

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

কুনৈ চার প্রশ্নহরুকো উত্তর লেখ –

- (a) Differentiate between do-while and while loops on the basis of syntax.

Syntax-এর উপর ভিত্তি করে do-while এবং while loops-গুলির মধ্যে পার্থক্যগুলি উল্লেখ কর।

Syntax কো আধারমা do-while অনি while লুপকো শিন্ততা লেখ।

- (b) Write a C++ program that displays a decimal number in reverse order.
কোন একটি দশমিক সংখ্যাকে বিপরীত ক্রম (reverse order)-এ প্রকাশ করার C++ program টি লেখ।
দশমলব সংখ্যালার্ই (decimal number) উল্টো ক্রমমা প্রদর্শন গর্ন C++ মা এতটা program লেখ।
- (c) Differentiate between call by reference and call by value.
Call by reference এবং call by value-এর মধ্যে পার্থক্যগুলি লেখ।
Call by reference অনি Call by value কো শিন্ততা দেখ্রাউ।
- (d) Explain: A copy constructor with suitable program.
উপযুক্ত program সাহায্যে copy constructor-কে ব্যাখ্যা কর।
উপযুক্ত program লে copy constructor কো ব্যাখ্যা গর।
- (e) Write difference between Function overloading and Function template.
Function overloading এবং function template-এর মধ্যবর্তী পার্থক্যগুলি লেখ।
Function overloading অনি Function template কো শিন্ততা লেখ।
- (f) What are objects? Illustrate with a suitable C++ example.
Object বলতে কি বোঝ ? উপযুক্ত C++ উদাহরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।
Object হরু কে হো ? উপযুক্ত C++ উদাহরণলে ব্যাখ্যা গর।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

2. Answer any **four** of the following: 6×4 = 24
নিম্নলিখিত যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
কুনৈ চার প্রশ্নহরুকো উত্তর লেখ –
- (a) Explain the following w.r.t object oriented paradigm:
Object oriented paradigm দ্বারা নিম্নের ব্যাখ্যা করঃ
বস্তু উন্মুখ প্রতিমানকো সন্দর্ভমা নিম্ন দিইএকোলাই ব্যাখ্যা গর –
(i) Private (ii) Public (iii) Protected.
- (b) What is the relationship between a class and an object? Illustrate with a suitable example.
একটি class এবং একটি object-এর মধ্যে সম্পর্ক কি ? উপযুক্ত উদাহরণ দ্বারা ব্যাখ্যা কর।
এতটা ক্লাস অনি এতটা বস্তুমা কে সম্বন্ধ চ ? উপযুক্ত উদাহরণলে ব্যাখ্যা গর।
- (c) Write a C++ program to find the factorial of a given positive integer.
কোন একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার গৌণিক (factorial) মানটি বের করার C++ program-টি লেখ।
দিইএকো সকারাত্মক পূর্ণাক কো factorial খ্রোজ্লে এতটা C++ প্রোগ্রাম লেখ।
- (d) What are the different forms of inheritance supported by C++? Explain with examples.
C++ দ্বারা সমর্থিত উত্তরলন্ধি (inheritance)-এর বিভিন্ন রূপ কী কী ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
C++ দ্বারা সমর্থিত inheritance কো বিমিন্ন রূপহরু কে কে হুন্ ? উদাহরণ সহিত বুজ্রাউঁ।

(e) Explain the use of the following operators in C++ along with an example of each:

C++ এ নিম্নলিখিত operator-গুলির প্রত্যেকটির ব্যবহার উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

उदाहरण सहित निम्न दिइएको C++ को सम्बलनको प्रयोग बारे व्याख्या गर –

(i) && (ii) ?? (iii) ++ (iv) %

(f) What is constructor overloading? Give an example to illustrate the same.

Constructor overloading কি ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

Constructor overloading के हो ? उदाहरण दिएर बुझाऊँ ।

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

3. Answer any *two* from the following:

12×2 = 24

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै दुईवटा प्रश्नहरूको उत्तर लेख –

(a) (i) Define a class named ‘Train’ representing following members:

7

‘Train’ নামে একটি class সংজ্ঞায়িত কর যা নিম্নলিখিত member-দের চিত্রিত করে (represent):

‘Train’ নাম भएको क्लासको परिभाषा लेख यसले निम्नलिखित सदस्यहरूको प्रतिनिधित्व गर्छ –

Data member:

Data सदस्य –

- Train Number
- Train Name
- Source
- Destination
- Journey Date
- Capacity

Member functions:

सदस्य को कार्य –

- Initialise members
- Input Train data
- Display data

Write a C++ program to test the ‘Train’ class.

‘Train class’ কে পরীক্ষা করার জন্য C++ programটি লেখ।

‘Train’ क्लासलाई परिक्षा गर्ने एउटा C++ प्रोग्राम लेख ।

(ii) Write a C++ program to calculate sum of distance and display the results using friend function.

5

दूरত্বের সমষ্টি নির্ণয়ের C++ programটি লেখ এবং friend function-এর সাহায্যে উক্ত ফলাফলটি প্রদর্শিত কর।

दुरीको योगफल गर्ने एउटा C++ प्रोग्राम लेख अनि friend function प्रयोग गरी परिणाम लाई प्रदर्शन गर ।

- (b) (i) Write any four important characteristic of object oriented programming. Give example of any one of the characteristics using C++. 7
 Object Oriented programming-এর চারটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর। C++-এর সাহায্যে যে-কোন একটি বৈশিষ্ট্যের উদাহরণ দাও।
 वस्तु उन्मुख programming को कुनै चार महत्वपूर्ण विशेषताहरू लेख। कुनै एक विशेषताको C++ प्रयोग गरेर उदाहरण देऊ।
- (ii) What are the advantages of object oriented programming over procedural oriented programming? 5
 पद्धतिगत भित्तिक (procedural oriented) programming-এর চেয়ে object oriented programming-এর সুবিধাগুলি কী কী?
 प्रक्रियागत (procedural) उन्मुख programming भन्दा वस्तु उन्मुख (oriented) programming के कस्ता फाइदाहरू छन् ?
- (c) (i) Write a C++ program that counts the number of odd and even elements in an array. 5
 কোন একটি array-তে জোড় এবং বিজোড় সংখ্যা গণনা করার C++ program টি লেখ।
 Array मा सम अनि विषम elements को गणना गर्ने एउटा C++ प्रोग्राम लेख।
- (ii) Write a C++ program that performs the multiplication of two matrices. 7
 একটি C++ program লেখ যা দুটি ম্যাট্রিক্সের গুণন সম্পাদন করে।
 दुईवटा matrices को गुणनफल गर्ने एउटा C++ प्रोग्राम लेख।
- (d) (i) Differentiate between compile time polymorphism and run type polymorphism. 5
 Compile time polymorphism এবং run type polymorphism-এর মধ্যে পার্থক্যগুলি লেখ।
 Compile time polymorphism अनि run type polymorphism को भिन्नता लेख।
- (ii) Demonstrate hybrid inheritance with the help of suitable example. 7
 উপযুক্ত উদাহরণের সাহায্যে hybrid inheritance কে প্রদর্শিত কর।
 उपयुक्त उदाहरण दिएर hybrid inheritance को प्रदर्शन गर।

—x—