



'সমানো মন্ত্র: সমিতি: সমানী'

**UNIVERSITY OF NORTH BENGAL**  
B.Sc. Programme 5th Semester Examination, 2022

**SEC2-P1-MATHEMATICS**

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 60

*The figures in the margin indicate full marks.*

**The question paper contains SEC2A and SEC2B. Candidates are required to answer any *one* from the *two* Courses and they should mention it clearly on the Answer Book.**

**SEC2A****PROBABILITY AND STATISTICS****GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क**

1. Answer any *four* questions:  $3 \times 4 = 12$

যে-কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

কৃনৈ চার প্রশ্নহরুকो উত্তর লেখ্য –

- (a) Show that the probability of occurrence of only one of the events  $A$  and  $B$  is  $P(A) + P(B) - 2P(AB)$ .

দেখাও যে  $A$  এবং  $B$  ঘটনাদ্বয়ের কোন একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা  $P(A) + P(B) - 2P(AB)$  হবে।

$A$  অনি  $B$  events মা এক অনি এক মাত্র আউনে probability  $P(A) + P(B) - 2P(AB)$  হো ভনী প্রমাণ গৱ।

- (b) If  $A$  and  $B$  are two events such that  $P(A) = P(B) = 1$ , show that  $P(A + B) = 1$  and  $P(AB) = 1$ .

যদি  $A$  এবং  $B$  এমন দুটি ঘটনা (event) ঘাতে  $P(A) = P(B) = 1$  , তাহলে দেখাও যে  $P(A + B) = 1$  এবং  $P(AB) = 1$ ।

যদি  $A$  অনি  $B$  events কো লাগী  $P(A) = P(B) = 1$  ভए, প্রমাণিত গৱ  $P(A + B) = 1$  অনি  $P(AB) = 1$  হুন্ত।

- (c) If  $P(X = -1) = \frac{1}{6}$ ,  $P(X = 0) = \frac{1}{3}$  and  $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ , then find  $E(2X + 1)$ .

যদি  $P(X = -1) = \frac{1}{6}$  ,  $P(X = 0) = \frac{1}{3}$  এবং  $P(X = 1) = \frac{1}{2}$  তাহলে  $E(2X + 1)$  এর মান নির্ণয় কৱ।

যদি  $P(X = -1) = \frac{1}{6}$  ,  $P(X = 0) = \frac{1}{3}$  অনি  $P(X = 1) = \frac{1}{2}$  ভए,  $E(2X + 1)$  কো মান নির্ণয় গৱ।

(d) Verify that the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

is a possible probability density function. Find  $P(2 < X < 6)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

अपेक्षकाति सन्तान्य probability density function हबे किना याचाई कर।  $P(2 < X < 6)$  एर मान निर्णय कर।

दिइएको फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

एउटा possible probability density फलन हो भनी verify गर।  $P(2 < X < 6)$  निर्णय गर।

(e) Justify — The mean of a binomial distribution is  $9/2$  and the standard deviation is  $\sqrt{3}$ .

न्यायसंगत किना प्रमाण कर (Justify): Binomial distribution एर गड़ (mean)  $9/2$  एवं standard deviation  $\sqrt{3}$  हय।

न्यायोचित गर— binomial distribution को mean  $9/2$  हो अनि standard deviation  $\sqrt{3}$  हो।

(f) The radius  $X$  of a circle has uniform distribution in  $(1, 2)$ . Find the mean and variance of the area of the circle.

एकाति बृत्तेर व्यासार्क  $X, (1, 2)$  ते समान बष्टने (uniform distribution) आছे। बृत्तेर क्षेत्रफलेर गड़ (mean) एवं variance टि निर्णय कर।

गोलाकारको त्रिज्यको  $(1, 2)$  मा समाने वितरण छ। गोलाकारको क्षेत्रफलको mean अनि variance निर्णय गर।

### GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख

2. Answer any ***four*** questions:

$6 \times 4 = 24$

ये-कोन चाराति प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर देउ —

(a) From an urn containing 5 white and 5 black balls, 5 balls are transferred at random into an empty second urn from which one ball is drawn and it is found to be white. What is the probability that all balls transferred from the first urn are white?

5टि सादा एवं 5टि कालो बल सम्पर्कित एकाति कलस थेके 5टि बल एलोमेलोभाबे एकाति खालि द्वितीय कलसे शानात्तरित करेउ उक्त हइते एकाति बल तोलार पर बलाति सादा पाओया याय। ताहले प्रथम कलस थेके शानात्तरित सकल बल सादा हउयार सन्तावना कत हबे ?

5 सेतो अनि 5 कालो गोली भएको भाडा बाट, अनियमित रूपले 5 वटा गोली दोस्रो भाडामा सारियो अनि त्यहाँबाट एउटा गोली निकाल्दा त्यो सेतो रंगको थियो। पहिलो भाडाबाट सारिएको सबै गोली हरू सेतो हो भन्ने probability निर्णय गर ?

(b) Let  $X$  be a discrete random variable having mass function:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$

- (i) Determine the constant  $k$ . (ii) Find  $P(X \leq 6)$ . (iii)  $P(0 < X < 4)$

थरो  $X$  एकटि discrete यदृच्छ चल (random variable) याहार mass function टि हनः

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$

- (i)  $k$  ध्रुवकेर मान निर्णय कर। (ii) निर्णय करः  $P(X \leq 6)$  (iii)  $P(0 < X < 4)$

मानौ Mass function:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$

भएको  $X$  एउटा discrete अनियमित चर हो

- (i)  $k$  को मान निकाल। (ii)  $P(X \leq 6)$  खोज। (iii)  $P(0 < X < 4)$

(c) The Probability density of a random variable  $X$  is  $2xe^{-x^2}$  for  $x > 0$  and 0 otherwise. Find the probability density for  $X^2$ .

एकटि यदृच्छ चल (random variable)  $X$  एर probability density function टिर मान  $x > 0$  हले  $2xe^{-x^2}$  हय एवं अन्यत्र 0 हय। ताहले  $X^2$  एर probability density function टि निर्णय कर।

एउटा अनियमित चर  $X$  को probability density  $2xe^{-x^2}$ ,  $x > 0$  को लागी अनि 0 भएको लागी हो।  $X^2$  को probability density निर्णय गर।

(d) State and Prove Law of Large numbers for equal components.

समान उपांशेर बड़ संख्यार नीतिटि (Law of Large numbers) संज्ञायित ओ प्रमाण कर।

समान component को लागी बडी संख्याहरूको नियम उल्लेख अनि प्रमाण गर।

(e) The chance that a doctor will diagnose a certain disease correctly is 60%. The chance that a patient will die by his treatment after correct diagnose is 40% and the chance of death by wrong diagnose is 70%. A patient of the doctor who had the disease dies. What is the probability that the disease was diagnosed correctly?

एकजन डाक्तार एकटि निर्दिष्ट रोग स्थिकभाबे निर्णय करार सम्भावना 60%। स्थिक रोग निर्णयेर पर रोगीर चिकित्साय मारा याओयार सम्भावना 40% एवं भूल रोग निर्णयेर फले मृत्युर सम्भावना 70%। रोगो आक्रान्त डाक्तारेर रोगी मारा याय। रोगटि स्थिकभाबे निर्णय करार सम्भावना कत हबे ?

एउटा चिकित्सक ले निश्चित रोग निदान गर्ने chance 60% हो। सही निदान भए पन्नात पनि एउटा बिरामी गर्ने chance 40% हो अनि भूल निदान पश्चात एउटा बिरामी गर्ने chance 70% हो। चिकित्सक को एउटा बिरामी त्यस रोग गर्छ। त्यस रोग सही निदान भएको थियो भन्ने probability कति हो ?

(f) The random variables  $X$  and  $Y$  are connected by the linear relation  $2X + 3Y + 4 = 0$ . Show that  $\rho(X, Y) = -1$ .

यदृच्छ चल  $X$  एवं  $Y$ ,  $2X + 3Y + 4 = 0$  रैखिक सम्पर्क द्वारा संयुक्त। प्रमाण कर  $\rho(X, Y) = -1$ ।

रैखिक सम्बन्ध  $2X + 3Y + 4 = 0$  ले जोडीएको अनियमित चरहरू  $X$  अनि  $Y$  छ। प्रभावित गर  $\rho(X, Y) = -1$ ।

## GROUP-C / विभाग-ग / समूह-ग

3. Answer any ***two*** questions: $12 \times 2 = 24$ 

ये-कोन दूषि प्रश्नों का हैं:

कुनै दुई प्रश्नहरूको उत्तर लेख -

- (a) (i) If
- $X$
- and
- $Y$
- are two random variables, then show that

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

यदि  $X$  एवं  $Y$  दूषि यदृच्छा चल हैं, प्रमाण कर  $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ यदि  $X$  अनि  $Y$  दुई अनियमित चरहरू भए प्रभावित गर

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y) !$$

- (ii) Show by Tchebycheff's inequality that in 2000 throws with a coin, the probability that the number of head lies between 900 and 1100 is atleast
- $19/20$
- .

कोन एकटि मुद्राके 2000 बार निक्षेप (throw) करार पर Tchebycheff's inequality द्वारा देखाओ ये मुद्राटिर head 900 थेके 1100 बार परार सम्भावना कमपक्षे  $19/20$  हवे।एउटा सिक्का 2000 पल्ट पर्याकदा 900 अनि 1100 को बिचमा head आउने संख्या कम से कम  $19/20$  हो भनेर Tchebycheff को inequality द्वारा देखाउ।

- (b) (i) Show that Poisson distribution is a limiting case of the binomial distribution.

देखाओ ये Poisson distribution टि Binomial distribution एर सीमास्थ घटना।

प्रमाणित गर binomial वितरणको limiting case Poisson वितरण हो।

- (ii) Obtain mean and variance of Poisson distribution.

Poisson distribution एर mean एवं variance गुणि निर्णय कर।

Poisson वितरणको mean अनि variance निकाला।

- (c) (i) Find the moment generating function of the normal (0, 1) distribution and hence deduce the
- $n$
- th central moments.

Normal (0, 1) distribution एर moment generating function टि निर्णय कर एवं इहा हिते  $n$ -तम central moment टि बेर कर।Normal (0, 1) वितरणको moment generating फलन निर्णय गर अनि  $n$ -th केन्द्रीय moments निर्णय गर।

- (ii) Let
- $X$
- is a normal variate and
- $Y$
- has
- $\chi^2$
- distribution with
- $n$
- degrees of freedom. If
- $X, Y$
- are independent then prove that
- $\frac{X}{\sqrt{n}}$
- has
- $t$
- distribution with
- $n$
- degrees of freedom.

धरो  $X$  एकटि normal variate एवं  $Y$  एर  $n$  स्वाधीन डिग्री विशिष्ट  $\chi^2$ -distribution आछे।यदि  $X$  ओ  $Y$  स्वाधीन चल हैं तब देखाओ ये  $\frac{X}{\sqrt{n}}$  एर  $n$ - स्वाधीन डिग्री विशिष्ट  $t$ -distribution

आछे।

मानौ  $X$  एउटा normal चर हो अनि  $n$  degrees of freedom भएको  $Y$  को  $\chi^2$ -वितरण छ। यदि  $X$  अनि  $Y$  स्वतन्त्र छ भने प्रमाणित गर,  $\frac{X}{\sqrt{n}}$  को  $n$  degrees of freedom भएको  $t$ -वितरण छ।

- (d) (i) The joint probability density function of two random variables  $X$  and  $Y$  is  $k(1-x-y)$  inside the triangle formed by the axes and the line  $x+y=1$  and 0 elsewhere. Find the value of  $k$  and  $P(X < \frac{1}{2}, Y > \frac{1}{4})$ . Also find the marginal density functions of  $X$  and  $Y$ .

दूषि यद्यक्ष चल  $X$  एवं  $Y$  एर joint probability density function टिर मान अक्षद्वय एवं  $x+y=1$  रेखाद्वारा गठित त्रिभुजेर अभ्युत्तरे  $k(1-x-y)$  हय एवं अन्यत्र 0 हय।  $k$  एर मान एवं  $P(X < \frac{1}{2}, Y > \frac{1}{4})$  एर मान निर्णय कर। एचाड्डाओ  $X$  एवं  $Y$  एर marginal density function फुलि निर्णय कर।

अक्षहरू अनि रेखा  $x+y=1$  ले बनिएको त्रिभुज भित्र दुईवटा अनियमित चरहरू  $X$  अनि  $Y$  को संयुक्त probability density फलन  $k(1-x-y)$  हो अनि अरु तिर 0 हो।  $k$  अनि  $P(X < \frac{1}{2}, Y > \frac{1}{4})$  को मान निर्णय गर।  $X$  अनि  $Y$  को marginal density फलन पनि निर्णय गर।

- (ii) If the random variable  $X$  is normal  $(0, \sigma)$ , find the mean and variance of  $|X|$ .

यदि  $X$  यद्यक्ष चलाति normal  $(0, \sigma)$  हय ताह्ले  $|X|$  एर mean and variance फुलि निर्णय कर।

यदि अनियमित चर  $X$  एउटा normal  $(0, \sigma)$  हो भने,  $|X|$  को mean अनि variance निर्णय गर।

## SEC2B

### DIFFERENTIAL GEOMETRY

#### GROUP-A / विभाग-क / समूह-क

1. Answer any ***four*** questions from the following:

$3 \times 4 = 12$

ये-कोन चाराति प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर लेख –

- (a) If  $R_s$  is the radius of spherical curvature, show that

3

$$R_s = \frac{|\hat{t} \times \hat{t}''|}{\kappa^2 \tau}$$

देखाओ ये, गोलकाकार वक्रतार ( $R_s$ ) मान  $R_s = \frac{|\hat{t} \times \hat{t}''|}{\kappa^2 \tau}$

गोलाकार वक्रताको त्रिज्या  $R_s$  भए, प्रमाणित गर –

$$R_s = \frac{|\hat{t} \times \hat{t}''|}{\kappa^2 \tau}$$

- (b) Find the torsion and curvature of the curve  $r = (3u, 3u^2, 2u^3)$ .

3

$r = (3u, 3u^2, 2u^3)$  बक्षेर जन्य torsion ओ वक्रतार (curvature) एर मान निर्णय कर।

वक्र  $r = (3u, 3u^2, 2u^3)$  को torsion अनि वक्रता को निर्णय गर।

- (c) Show that the curve  $\gamma(t) = \left( \frac{1+t^2}{t}, t+1, \frac{1-t}{t} \right)$  is planar.

3

देखाओ ये  $\gamma(t) = \left( \frac{1+t^2}{t}, t+1, \frac{1-t}{t} \right)$  वक्राति समतलीय।

वक्र  $\gamma(t) = \left( \frac{1+t^2}{t}, t+1, \frac{1-t}{t} \right)$  planar हो भनी प्रमाण गर।

- (d) Find the evolute of the curve  $x^1 = a \cos u, x^2 = a \sin u, x^3 = a \cot \alpha u$ , where  $a(\neq 0), \alpha(\neq \frac{\pi}{2})$  are constants. 3

निम्ने बक्त्रित evolute निर्णय कर  $x^1 = a \cos u, x^2 = a \sin u, x^3 = a \cot \alpha u$  येखाने  $a(\neq 0)$  एवं  $\alpha(\neq \frac{\pi}{2})$  ध्रुवक।

वक्र  $x^1 = a \cos u, x^2 = a \sin u, x^3 = a \cot \alpha u$  को evolute निर्णय गर।  $a(\neq 0), \alpha(\neq \frac{\pi}{2})$  स्थिरांकहरू हो।

- (e) If  $r = r(u)$  is the equation of the curve with respect to parameter  $u$ . Then prove that 3

$$\kappa = \frac{|r' \times r''|}{|r'|^3},$$

(where ' stands for differentiation with respect to  $u$ ).

यदि  $r = r(u)$ , प्यारामिट्रियल  $u$  एर सापेक्षे एकटि बक्त्रेर समीकरण हय, ताह्ले प्रमाण कर ये,

$$\kappa = \frac{|r' \times r''|}{|r'|^3}$$

(येखाने, ' stands for differentiation with respect to  $u$ )

यदि parameter  $u$  को सन्दर्भमा  $r = r(u)$  वक्रको समिकरण भए, प्रमाणित गर

$$\kappa = \frac{|r' \times r''|}{|r'|^3}$$

(जहाँ 'भनेको differentiate with respect to  $u$  )

- (f) Find the envelope of the surface  $3xt^2 - 3yt + z = t^3$ . 3

$3xt^2 - 3yt + z = t^3$  पृष्ठतलेर envelope निर्णय कर।

सतह  $3xt^2 - 3yt + z = t^3$  को envelope निर्णय गर।

### GROUP-B / विभाग-ख / समूह-ख

2. Answer any **four** questions from the following: 6×4 = 24

ये-कोन चाराटि प्रश्नेर उत्तर दाओः

कुनै चार प्रश्नहरूको उत्तर लेख –

- (a) (i) Prove that the asymptotic lines are orthogonal if and only if surface is minimal. 3

प्रमाण कर ये, आसिम्प्टोटिक रेखाशुच्छ (Asymptotic lines) लम्ब हबे, यदि एवं केवलमात्र यदि पृष्ठतलाटि सर्वनिम्न हय।

Asymptotic रेखाहरू लम्बवत छ यदि अनि यदि मात्र सतह न्यूनतम् छ भनी प्रमाण गर।

- (ii) Show that the parametric curve on a surface  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$  are asymptotic lines. 3

देखाओ ये,  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$  पृष्ठतलेर उपर प्यारामेट्रिक बक्त्रगुणि आसिम्प्टोटिक रेखा (asymptotic lines) हबे।

सतह  $r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$  मा भएको parametre वक्र asymptotic रेखाहरू हुन् भनी प्रमाण गर।

- (b) Prove that the necessary and sufficient condition for a curve to be helix is that the ratio of the curvature to the torsion is constant at all points. 4+2

प्रमाण कर एकटि बक्त्रेर helix होयार अयोजनीय ओ पर्याप्त (necessary and sufficient) शर्त हलो समस्त बिन्दुते बक्ता (curvature) ओ torsion एर अनुपात ध्रुवक हबे।

सबै विन्दुहरूमा वक्रता र torsion को अनुपात स्थिरांक हो भन्ने condition एउटा वक्र, helix हुने आवश्यक र पर्याप्त condition हो भनी प्रमाण गर।

(c) Define Principal curvature. Calculate the Principal curvature of a torus. 2+4

Principal curvature এর সংজ্ঞা দাও। একটি torus এর Principal curvature এর মান নির্ণয় কর।

Principal বক্রতা কো পরিভাষা দেও। এতে torus কো principal বক্রতা কো মান নির্ণয় গর।

(d) Define developable surface. Find the conditions for a surface  $z = f(x, y)$  to be a developable surface. 1+5Developable surface এর সংজ্ঞা দাও।  $z = f(x, y)$  পৃষ্ঠাটির developable পৃষ্ঠ (surface) হওয়ার শর্ত নির্ণয় কর।Developable সতহকো পরিভাষা দেও। এতে সতহ  $z = f(x, y)$  developable সতহ হনে condition হস্ত নির্ণয় গর।

(e) (i) Write down the Serret-Frenet equations for a space curve. 2

একটি space curve এর জন্য Serret-Frenet এর সমীকরণ লেখ।

Space বক্রকো লাগী Serret-Frenet সমিকরণ লেখ।

(ii) Obtain a necessary and sufficient condition for a space curve to be a plane curve. 4

একটি space curve এর plane curve হওয়ার প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্ত নির্মপণ কর।

এতে space বক্র plane বক্র হনে আবশ্যক অনি পর্যাপ্ত condition হস্ত নির্ণয় গর।

(f) Calculate the second fundamental form of the surface 6

$$r(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$$

 $r(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$  পৃষ্ঠাটির second fundamental form টি নির্মপণ কর।সতহ  $r(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$  কো দ্বিতীয় fundamental রূপ কো নির্ণয় গর।

### GROUP-C / বিভাগ-গ / समूह-ग

3. Answer any ***two*** questions from the following:  $12 \times 2 = 24$ 

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উভয় দাওঃ

কুনৈ দুই প্রশ্নহস্তকো উত্তর লেখ –

(a) (i) Show that the curve  $r = r(s)$  is asymptotic line if and only if  $\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dN}{ds} = 0$ , 4+2where  $N$  is surface normal. Write the necessary and sufficient condition for a curve to be geodesic.দেখাও যে  $r = r(s)$  বক্রটি একটি asymptotic বক্র হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি (iff)
$$\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dN}{ds} = 0$$
 হয়। যেখানে  $N$  হলো surface normal. একটি বক্রের geodesic হওয়ার প্রয়োজনীয় ও পর্যাপ্ত শর্তটি লেখ।
বক্র  $r = r(s)$  asymptotic রেখা হো যদি অনি যদি মান  $\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dN}{ds} = 0$  হো ভনীপ্রমাণ গর।  $N$  এতে সতহ normal হো। বক্র geodesic হনৈ আবশ্যক অনি পর্যাপ্ত condition লেখ।

(ii) Show that the locus of the centre of the spherical curvature is an evolute if and only if the curve is a plane curve. 3

দেখাও যে একটি গোলাকার বক্রতার কেন্দ্রের সঞ্চারপথের সমীকরণ হবে একটি evolute যদি এবং কেবলমাত্র যদি বক্রটি সমতল বক্র হয়।

গোলাকার বক্রতাকো কেন্দ্রকো locus এতে evolute হো যদি অনি যদি মাত্র বক্র এতে plane বক্র হো ভনী প্রমাণ গর।

(iii)	Show that tangent plane is same at all points on the generation of a developable surface.	3
	देखाओ ये, एकटि developable surface एर समस्त बिन्दुते tangent plane गुलि एकही हबे। प्रमाणित गर developable सतहको उत्पतिमा सबै विन्दुमा स्पर्श रेखाको plane समान छ।	
(b) (i)	Calculate the first fundamental form of the surface $r(u, v) = (\cosh u, \sinh v, v)$ .	4
	$r(u, v) = (\cosh u, \sinh v, v)$ पृष्ठलिंगित First Fundamental form निरूपण कर। सतह $r(u, v) = (\cosh u, \sinh v, v)$ को प्रथम fundamental रूप निर्णय गर।	
(ii)	If $(l, m)$ and $(l', m')$ are direction coefficients of two directions at a point $P$ , then show that $\cos \theta = Ell' + F(lm' + l'm) + Gmm'$ .	2
	यदि $(l, m)$ ओ $(l', m')$ दुविंचि direction एर direction coefficients हय ये कोन बिन्दु $P$ तेहो, तबै देखाओ ये, $\cos \theta = Ell' + F(lm' + l'm) + Gmm'$ $P$ विन्दुमा भएको दुई दिशाहरूको दिशा गुणांक $(l, m)$ अनि $(l', m')$ भए प्रमाणित गर $\cos \theta = Ell' + F(lm' + l'm) + Gmm'$ ।	
(iii)	Prove that if $L, M, N$ vanish at all points on surface then the surface is plane. Define normal curvature.	5+1
	यदि $L, M, N$ शून्य हय एकटि पृष्ठेर समस्त बिन्दुते, तबै प्रमाण कर ये, पृष्ठि एकटि समतल। Normal curvature एर संज्ञा दाओ। यदि $L, M, N$ सबै विन्दुहरूमा हराए सतह एउटा plane हुन्छ भनी प्रमाण गर। Normal वक्रता को परिभाषा देउ।	
(c) (i)	Prove that a surface is a developable surface if and only if the specific curvature is zero at all points.	6
	प्रमाण कर ये एकटि surface (पृष्ठ) developable surface हबे यदि एवं क्रेबलमात्र यदि प्रत्येक बिन्दुते specific वक्रतार मान शून्य हय। प्रमाणित गर कि एउटा सतह developable सतह हो यदि अनि यदि मात्र सबै विन्दुमा विशिष्ट वक्र शून्य हुन्छ।	
(ii)	Prove that the geodesic curvature of a geodesic on a surface is zero and conversely.	6
	प्रमाण कर ये एकटि पृष्ठेर ऊपर एकटि geodesic एर geodesic वक्रतार मान शून्य हय एवं विपरीत क्रमे सत्य। सतहमा geodesic को geodesic वक्रता शून्य हुन्छ भनी प्रमाण गर अनि यसको उल्लो पनि।	
(d) (i)	Calculate the Gaussian curvature of the surface $r(u, v) = (u+v, u-v, uv)$ .	4
	$r(u, v) = (u+v, u-v, uv)$ पृष्ठेर Gaussian वक्रतार मान निरूपण कर। सतह $r(u, v) = (u+v, u-v, uv)$ को Gaussian वक्रता को मान निर्णय गर।	
(ii)	Write Rodrigue's formula.	2
	Rodrigue एर सूत्रित लेख। Rodrigue को सूत्र लेख।	
(iii)	Show that the curve $u+v=\text{constant}$ are geodesic on a surface with the metric $(1+u^2)du^2 - 2uv du dv + (1+v^2)dv^2$ .	6
	देखाओ ये $u+v=\text{constant}$ वक्रि geodesic हबे एकटि पृष्ठेर ऊपर यार मेट्रिकटि $(1+u^2)du^2 - 2uv du dv + (1+v^2)dv^2$ . एउटा सतहमा वक्र $u+v=\text{constant}$ geodesic हो भनी प्रमाण गर। Metric हो $(1+u^2)du^2 - 2uv du dv + (1+v^2)dv^2$ ।	

—x—