'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. General Part-II Examination, 2022

MATHEMATICS

PAPER-V

NUMERICAL ANALYSIS, LINEAR PROGRAMMING AND OPTIMIZATION

Time Allotted: 2 Hours | Full Marks: 50

The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

Answer question no. 1 and any *two* from the rest

১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট প্রশ্ন থেকে যে-কোন *দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

प्रश्न नं. 1 अनि रहलबाट कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ

1. (a) Prove that / প্রমাণ করঃ / प्रमाण गर : 2

$$\Delta \cdot \nabla = \Delta - \nabla$$

(b) What is the geometric representation of the trapezoidal rule? 2

Trapezoidal পদ্ধতির জ্যামিতিক ব্যাখ্যাটি কী ?

Trapezoidal नियमको ज्यामितीय प्रतिनिधित्व (geometric representation) के हो ?

(c) Write down the approximate representation of $\frac{2}{3}$ correct upto four significant figures. 1

চার সার্থক সংখ্যা পর্যন্ত সঠিক $\frac{2}{3}$-এর আসন্ন (approximate) মানটি লেখ।

$\frac{2}{3}$ को चार महत्वपूर्ण अंक सम्म सही को अनुमानित प्रतिनिधित्व (approximate representation) लेख।

2. (a) Establish Newton's Forward interpolation formula. 5

Newton-এর Forward ইন্টারপোলেশন সূত্রটি প্রতিষ্ঠা কর।

Newton's Forward आंतरगणन सूत्र (Interpolation Formula) स्थापना गर।

(b) Explain the method of Bisection for computing a real root of the equation $f(x)=0$. What are its advantages and disadvantages? 5

$f(x)=0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ গণনার জন্য Bisection পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা কর। উক্ত পদ্ধতিটির সুবিধা এবং অসুবিধাগুলি কী ?

$f(x)=0$ समीकरणको वास्तविक मूल गणना गर्न द्विविभाजन (Bisection) विधिको व्याख्या गर। यसको फाइदा र बेफाइदा के के हुन् ?

3. (a) Calculate $f(3.12)$ correct to 5 decimal places 5

$f(3.12)$-এর পাঁচ দশমিক অঙ্ক পর্যন্ত মান নির্ণয় করঃ

5 दशमलव स्थान सम्म सही $f(3.12)$ को गणना गर

x	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
$f(x)$	0.49136	0.50515	0.51851	0.53148	0.54407	0.55630

(b) Find the root of $x^3-8x-4=0$ which lies between 3 and 4 by Newton-Raphson method correct to 4 decimal places. 5

Newton-Raphson পদ্ধতির সাহায্যে $x^3-8x-4=0$-এর চার দশমিক অঙ্ক পর্যন্ত একটি বীজ নির্ণয় কর, যেখানে বীজটি 3 এবং 4-এর মধ্যে অবস্থান করে।

Newton-Raphson विधि द्वारा 3 अनि 4 मध्ये पर्ने 4 दशमलव स्थान सम्म सही $x^3-8x-4=0$ को मूल प्राप्त गर।

4. (a) Find the approximate value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ correct upto 4 decimal places by Simpson's one-third rule taking 4 sub-intervals. 5

চার উপ অন্তরাল (sub-intervals) নিয়ে Simpson-এর $\frac{1}{3}$rd নিয়মের সাহায্যে $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$-এর চার দশমিক অঙ্ক পর্যন্ত একটি আসন্ন মান নির্ণয় কর।

Simpson's one third नियम द्वारा 4 उप अन्तराल लिएर $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ को अनुमानित मूल्य 4 दशमलव स्थान सम्म सही प्राप्त गर।

(b) Find by Lagrange's formula the interpolation polynomial which corresponds to the following data: 5

নিম্নলিখিত মান থেকে Lagrange-এর সূত্র ব্যবহার করে ইন্টারপোলেশন বহুপদ (polynomial)-টি বাহির করঃ

Lagrange's सूत्र द्वारा निम्न डेटा (data) सँग मेल खाने प्रक्षेपण (interpolation) बहुपदी पत्ता लगाऊ :

x	–1	0	2	5
$f(x)$	9	5	3	15

GROUP-B / বিভাগ-খ / समूह-ख

Answer question no. 5 and any *two* from the rest

৫নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট প্রশ্ন থেকে যে-কোন *দুটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

प्रश्न नं. 5 अनि रहलबाट कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ

5. (a) State the fundamental theorem of L.P.P. 1

L.P.P-এর মৌলিক (fundamental) উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

L.P.P को मौलिक प्रमेय बताऊ।

(b) Prove that the intersection of two convex sets is a convex set 2

প্রমাণ কর যে দুটি Convex সেট্-এর ছেদ (Intersection) হল একটি Convex সেট্।

दुई उत्तल (Convex) सेवको प्रतिच्छेदन (intersection) उत्तल सेट हुन्छ भनी प्रमाण गर।

(c) Show that the vectors $(1, 2, 3)$ and $(4, -2, 7)$ are linearly independent. 2

দেখাও যে $(1, 2, 3)$ ও $(4, -2, 7)$ ভেক্টরদ্বয় linearly independent.

सदिश हरू $(1, 2, 3)$ अनि $(4, -2, 7)$ रैखिक रूपमा स्वतन्त्र छन् भनी देखाउनु होस्।

6. (a) Prove that the dual of the dual of a primal is the primal. 5

দেখাও যে, 'প্রাইমালের' ড্যুয়ালের ড্যুয়াল হল 'প্রাইমাল'।

प्राइमल (primal) को दोहोरो (dual) को दोहोरो प्राइमल हो भनी प्रमाण गर।

(b) Solve the L.P.P using duality principle 5

$$\text{Max } (z) = 4x_1 + 3x_2$$

Subject to $x_1 \le 6$, $x_2 \le 8$, $x_1 + x_2 \le 7$, $3x_1 + x_2 \le 15$, $-x_2 \le 1$, $x_1, x_2 \ge 0$

মুখ্য দ্বৈত (Duality principle) ব্যবহার করে রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা (LPP) সমাধান কর ।

$$\text{Max } (z) = 4x_1 + 3x_2$$

Subject to $x_1 \le 6$, $x_2 \le 8$, $x_1 + x_2 \le 7$, $3x_1 + x_2 \le 15$, $-x_2 \le 1$, $x_1, x_2 \ge 0$

द्वैध सिद्धान्त (Duality principle) प्रयोग गरेर LPP समाधान गर

$$\text{Max } (z) = 4x_1 + 3x_2$$

Subject to $x_1 \le 6$, $x_2 \le 8$, $x_1 + x_2 \le 7$, $3x_1 + x_2 \le 15$, $-x_2 \le 1$, $x_1, x_2 \ge 0$

7. (a) Solve the following L.P.P by graphical method. 5

Max $z = 2x_1 + x_2$

Subject to $x_1 + 3x_2 \le 15$

$3x_1 - 4x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

নিম্নলিখিত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটি-কে লেখ (Graphical) পদ্ধতিতে সমাধান করঃ

Max $z = 2x_1 + x_2$

Subject to $x_1 + 3x_2 \le 15$

$3x_1 - 4x_2 \le 12$, $x_1, x_2 \ge 0$

चित्रात्मक (Graphical) विधि प्रयोग गरेर निम्न LPP समाधान गर

Max $z = 2x_1 + x_2$

Subject to $x_1 + 3x_2 \le 15$

$3x_1 - 4x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

(b) Solve the assignment problem with cost matrix 5

আরোপ (Assignment) সমস্যাটি মূল্য ম্যাট্রিক্স (Cost Matrix)-এর সহিত সমাধান করঃ

मूल्य म्याट्रिक्सको साथ कार्यभार (Assignment) समस्या समाधान गर।

	I	II	III	IV
A	10	12	19	11
B	5	10	7	8
C	12	14	13	11
D	8	15	11	9

8. (a) Use Charnes Big-M method to solve the following L.P.P 5

Max $z = x_1 + 5x_2$

Subject to $3x_1 + 4x_2 \le 6$

$x_1 + 3x_2 \ge 3$

$x_1, x_2 \ge 0$

Charnes Big-M পদ্ধতি ব্যবহার করে নিম্নলিখিত L.P.P টি সমাধান করঃ

Max $z = x_1 + 5x_2$

Subject to $3x_1 + 4x_2 \le 6$

$x_1 + 3x_2 \ge 3$

$x_1, x_2 \ge 0$

Charne's Big-M विधि प्रयोग गरेर निम्नलिखित L.P.P समाधान गर।

अधिकतम बनाऊ $z = x_1 + 5x_2$

शर्तहरू हुन् $3x_1 + 4x_2 \le 6$

$x_1 + 3x_2 \ge 3$

$x_1, x_2 \ge 0$

(b) Find the optimal solution of the following transportation problem 5

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটির চরম সমাধান (optimal solution) বাহির করঃ

निम्नलिखित परिवहन समस्याको इष्टतम (optimal) समाधान प्राप्त गर

	D_1	D_2	D_3	a_i
O_1	10	9	8	8
O_2	10	7	10	7
O_3	11	9	7	9
O_4	12	14	10	4
b_j	10	10	3	

——×——