



'समानो मन्त्रः समितिः समानी'

UNIVERSITY OF NORTH BENGAL

B.Sc. General Part-III Examination, 2022

MATHEMATICS

PAPER-VII(A)

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 75

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

GROUP-A / বিভাগ-ক / समूह-क

1. Answer **all** the questions: 5
সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
सबै प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :
- (a) Convert the decimal number 91.6875 into a binary number. 2
91.6875 দশমিক সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর কর।
दशमलव संख्या 91.6875 लाई द्विक संख्या (binary number) मा परिणत गर।
- (b) Convert $(2.5)_{10}$ into binary form. 2
 $(2.5)_{10}$ কে বাইনারি আকারে প্রকাশ কর।
 $(2.5)_{10}$ लाई द्विक रूप मा (binary form) परिणत गर।
- (c) What is volatile memory? 1
Volatile memory বলতে কি বোঝা ?
अस्थिर मेमोरी (volatile memory) के हो ?
2. Answer any **two** of the following: 3×2 = 6
যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :
- (a) Write a short note on primary and secondary memory. 3
Primary এবং Secondary memory সম্পর্কে একটি সংক্ষিপ্ত টীকা লেখ।
प्राथमिक (Primary) र माध्यमिक (Secondary) मेमोरीमा छोटो टिप्पणी लेख्नुहोस्।
- (b) What are the properties of an algorithm? 3
সমাধান পদ্ধতির (algorithm) বৈশিষ্ট্যগুলি উল্লেখ কর।
Algorithm को गुणहरू के के हुन् ?
- (c) Compute the value of the following ANSI C expression: 3
 $(I + J/K) - L * K + 16$
where $I = 3$, $J = 4$, $K = 2$, $L = 3$.

निम्नलिखित ANSI C राशिमालाটির मान निर्णय करः

$$(I + J/K) - L * K + 16$$

যেখানে $I = 3$, $J = 4$, $K = 2$, $L = 3$.

निम्न ANSI C अभिव्यक्तिको मान पूरा गर्नुहोस् :

$$(I + J/K) - L * K + 16$$

जहाँ $I = 3$, $J = 4$, $K = 2$, $L = 3$ हुन्

3. Answer any *two* of the following: 7×2 = 14

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) (i) Discuss the functions of a central processing unit (CPU). 3

Central processing unit (CPU)-এর কার্যকলাপগুলি আলোচনা কর।

Central processing unit (CPU) को कार्यहरू छलफल गर्नुहोस्।

(ii) If $I = 3$, $J = 8$ and $K = 4$, what is the value of the following? 4

ANSI C expression: $3 * J / I * K - 4 / J$

যদি $I = 3$, $J = 8$ এবং $K = 4$ হয় তাহলে নিম্নে ANSI C রাশিমালাটির মান কত হবে ?

$$3 * J / I * K - 4 / J$$

যদি $I = 3$, $J = 8$ অনি $K = 4$ भए, निम्न ANSI C अभिव्यक्तिको मान के हो ?

$$3 * J / I * K - 4 / J$$

(b) (i) Draw the flowchart to sort the following in ascending order: 4

35, 201, 49, 8, 55, 22, 73, 97, 160, 33.

35, 201, 49, 8, 55, 22, 73, 97, 160, 33 সংখ্যাগুলিকে ক্রমবর্ধমান সাজানোর প্রবাহ তালিকাটি (flow chart) অঙ্কন কর।

निम्नलाई बढ्दो क्रममा क्रमबद्ध (sort) गर्न flow chart कोर्नुहोस् :

35, 201, 49, 8, 55, 22, 73, 97, 160, 33

(ii) What are the disadvantages of machine language program? 3

মেশিন ভাষায় program লেখার অসুবিধাগুলি কি কি ?

मेशिन भाषा कार्यक्रम (Machine language program) को बेफाइदा के हो ?

(c) (i) Write down the algorithm to find the area of a circle of radius “a”. 4

a ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোন বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সাধারণ পদ্ধতিটি (algorithm) উল্লেখ কর।

धेरै “a” को वृत्तको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन algorithm लेख्नुहोस्।

(ii) What are the efficiencies of an algorithm? Write down an algorithm to find the sum of n-given numbers. 3

समाधान पद्धति (algorithm) दक्षतागुलि कि कि ?

प्रदत्त n संख्यक संख्यार योगफल निर्णय करार समाधान पद्धति उल्लेख कर।

Algorithm को प्रभावकारिता के हो ? n-दिइएको संख्याहरूको योगफल पत्ता लगाउन algorithm लेख्नुहोस्।

GROUP-B / বিভাগ-খ / সমূহ-খ

4. Answer *all* the questions: 6
 সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 सबै प्रश्नहरूको उत्तर देऊ :
- (a) If $f(x) = f(-x) \forall x \in [-\pi, \pi]$, show that the Fourier coefficient $b_n = 0 \forall n \in \mathbb{N}$ 2
 যদি $f(x) = f(-x) \forall x \in [-\pi, \pi]$ হয় তাহলে দেখাও যে Fourier সহগ $b_n = 0 \forall n \in \mathbb{N}$
 यदि $f(x) = f(-x) \forall x \in [-\pi, \pi]$ भए, Fourier गुणांक $b_n = 0 \forall n \in \mathbb{N}$ हुन्छ भनी देखाउनुहोस्।
- (b) Find $L\{t^3 \exp(-3t)\}$ 2
 $L\{t^3 \exp(-3t)\}$ -এর মান নির্ণয় কর।
 $L\{t^3 \exp(-3t)\}$ पत्ता लगाउनुहोस्।
- (c) Define power series. 2
 घातश्रेणी बलते कि बोवा ?
 शक्ति श्रृंखला (power series) परिभाषित गर्नुहोस्।
5. Answer any *two* of the following: $4 \times 2 = 8$
 যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :
- (a) Solve by Lagrange's method: $x^2 p + y^2 q = z^2$ 4
 Lagrange पद्धतिতে समाधान करः $x^2 p + y^2 q = z^2$
 Lagrange's विधि द्वारा समाधान गर्नुहोस् : $x^2 p + y^2 q = z^2$
- (b) Find the series expansion of $\cos(2x)$. 4
 $\cos(2x)$ -এর শ্রেণী প্রসারটি (series expansion) উল্লেখ কর।
 $\cos(2x)$ को श्रृंखला विस्तार पत्ता लगाउनुहोस्।
- (c) Solve, using Laplace transform, the equation $y'' + y = t$ given $y'(0) = 1, y(\pi) = 0$. 4
 Laplace transform এর সাহায্যে $y'' + y = t$ সমীকরণটিকে समाधान कर যেখানে $y'(0) = 1, y(\pi) = 0$.
 Laplace रूपान्तर प्रयोग गरेर $y'' + y = t$ दिइएको छन् $y'(0) = 1, y(\pi) = 0$ समीकरणको समाधान गर्नुहोस्।
6. Answer any *two* of the following: $8 \times 2 = 16$
 যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
 कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :
- (a) (i) Solve by the variation of parameters $y''(x) + a^2 y(x) = \tan ax$. 5
 Variation of parameter पद्धतिতে समाधान करः $y''(x) + a^2 y(x) = \tan ax$
 प्राचल परिवर्तन (Variation of parameter) पद्धति द्वारा समाधान गर :

$$y''(x) + a^2 y(x) = \tan ax$$

- (ii) Let $f_n(x) = \frac{nx}{(n+x)}$, $x \in [0, a]$ where $a > 0$. Show that the sequence of functions $\{f_n\}_n$ is uniformly convergent on $[0, a]$.

3

ধর $f_n(x) = \frac{nx}{(n+x)}$, $x \in [0, a]$, যেখানে $a > 0$, প্রমাণ কর $\{f_n\}_n$, অপেক্ষকের ক্রমটি $[0, a]$ তে অভিন্নভাবে অভিসারী (uniformly convergent)

যদি $f_n(x) = \frac{nx}{(n+x)}$, $x \in [0, a]$ হয়, অন্তরাল $[0, a]$, $a > 0$ মা প্রকার্যহরুকে অনুক্রম $\{f_n\}_n$ সমান রুপমা (uniformly) অধিকেন্দ্রিত হুন্ডত মনী দেখাউনুহোস্।

- (b) (i) Prove that / প্রমাণ করঃ / প্রমাণিত গর্নুহোস্ :

4

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos 6t - \cos 4t}{t} dt = \log\left(\frac{2}{3}\right)$$

- (ii) Find $L\{F(t)\}$ where

4

$$F(t) = t, \quad 0 \leq t \leq 1/2$$

$$= t-1, \quad 1/2 < t \leq 1$$

$$= 0, \quad t > 1$$

$L\{F(t)\}$ -এর মান নির্ণয় করঃ

$$\text{যেখানে } F(t) = t, \quad 0 \leq t \leq 1/2$$

$$= t-1, \quad 1/2 < t \leq 1$$

$$= 0, \quad t > 1$$

$$F(t) = t, \quad 0 \leq t \leq 1/2$$

$$= t-1, \quad 1/2 < t \leq 1$$

$$= 0, \quad t > 1$$

হয়, $L\{F(t)\}$ পতা লগাউনুহোস্।

- (c) Solve: / সমাধান করঃ / সমাধান গর :

8

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0$$

GROUP-C / বিভাগ-গ / সমূহ-গ

7. Answer *all* the questions:

4

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

সবই প্রশ্নহরুকে উত্তর দেও :

- (a) In a Boolean algebra B , show that $(a+b)' = a' \cdot b' \forall a, b \in B$

2

বুলিয়ান বীজগণিত B তে দেখাও যে $(a+b)' = a' \cdot b' \forall a, b \in B$

Boolean বীজগণিত B মা $(a+b)' = a' \cdot b' \forall a, b \in B$ হুন্ডত মনী দেখাউনুহোস্।

(b) Show that $3^{2n} - 8n - 1$ is divisible by 64 for all $n \geq 1$. 2

$n \geq 1$ সকল মানের জন্য দেখাও যে $3^{2n} - 8n - 1$, 64 দ্বারা বিভাজ্য।

सबै $n \geq 1$ को निम्ति $3^{2n} - 8n - 1$ लाई 64 ले भाग गर्न सकिन्छ भनी देखाउनुहोस्।

8. Answer any *two* of the following: 3×2 = 6

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) Find the disjunctive normal form of $(x + y) \cdot (x + \bar{z})$ 3

$(x + y) \cdot (x + \bar{z})$ কে disjunctive normal আকারে প্রকাশ কর।

$(x + y) \cdot (x + \bar{z})$ को विच्छेदक सामान्य रूप (disjunctive normal form) पत्ता लगाउनुहोस्।

(b) Find integer u and v satisfying. $63u + 55v = 1$ 3

$63u + 55v = 1$ কে সিদ্ধ করে এমন পূর্ণসংখ্যা u এবং v নির্ণয় কর।

$63u + 55v = 1$ लाई सन्तोषजनक पार्ने पूर्णांक u अनि v फेला पार्नुहोस्।

(c) Find the least positive integer. x such that $x \equiv 5 \pmod{7}$, $x \equiv 7 \pmod{11}$ and $x \equiv 3 \pmod{13}$ 3

सबचेये छोट धनात्मक पूर्णसंख्या x निर्णय कर येখানে $x \equiv 5 \pmod{7}$, $x \equiv 7 \pmod{11}$ এবং $x \equiv 3 \pmod{13}$

$x \equiv 5 \pmod{7}$, $x \equiv 7 \pmod{11}$ अनि $x \equiv 3 \pmod{13}$ जस्ता न्यूनतम सकारात्मक पूर्णांक x फेला पार्नुहोस्।

9. Answer any *two* of the following: 5×2 = 10

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

कुनै दुईवटा प्रश्नका उत्तर देऊ :

(a) Find the least positive residue in $2^{41} \pmod{23}$. 5

$2^{41} \pmod{23}$ -এর সবচেয়ে ছোট ধনাत्मক অবশেষটি নির্ণয় কর।

$2^{41} \pmod{23}$ मा न्यूनतम सकारात्मक अवशेष (residue) पत्ता लगाउनुहोस्।

(b) Draw a circuit which realizes the Boolean function 5

$$f = (x \cdot y + x \cdot z + x' \cdot z') \cdot z' \cdot (x + y + z)$$

$f = (x \cdot y + x \cdot z + x' \cdot z') \cdot z' \cdot (x + y + z)$ बुलियान अपेक्षकটির यथायथ बर्तनी (circuit) टि अঙ্कन कर।

एउटा परिपथ चित्रांकन गर जसले Boolean फलन

$$f = (x \cdot y + x \cdot z + x' \cdot z') \cdot z' \cdot (x + y + z) \text{ बुझाउँछ।}$$

(c) Prove that for $n > 3$, the integers $n, n + 2, n + 4$ cannot be all primes. 5

$n > 3$ हले प्रमाण कर $n, n + 2, n + 4$ पूर्णसंख्याগুলি সকলেই মৌলিক সংখ্যা হবে না।

$n > 3$ को निम्ति पूर्णांक $n, n + 2, n + 4$ सबै मৌलिक संख्या हुन सक्दैन भनी प्रमाण गर।

—×—